



# 南京大學

## 本科畢業論文

院 系           大气科学学院          

专 业           大气科学          

题 目           旋转热对流涡旋结构的精细测量          

年 级           2011           学 号           111170075          

学生姓名           孙世玮          

指导老师           周博闻           职 称           副教授          

论文提交日期           2015年6月16日

# 南京大学本科毕业论文（设计、作品）中文摘要

题目： 旋转热对流涡旋结构的精细测量

大气科学学院 院系 大气科学 专业 2011级 本科生姓名： 孙世玮

指导教师（姓名、职称）： 周博闻 副教授

摘要：

本文简单介绍自行设计和研发的用于分析旋转热对流的实验仪器及配套的速度测量算法——PIV 技术，利用此仪器和算法对 Rayleigh 数  $Ra = 6.35 \times 10^7$ ，Taylor 数  $Ta = 9.84 \times 10^7$  情况下的旋转热对流涡旋在非边界附近的结构做了较为精细的测量和分析。结果发现，在水平方向，径向速度和水平散度是小量；中层水平运动不明显；在某一固定水平高度层，涡旋中心的涡度绝对值最大，在涡旋尺度内随半径近似线性减小；对于涡旋的某一固定水平位置，其水平切向速度、涡度随高度均为近似线性变化；涡旋各处垂直速度沿高度基本不变；在此准定常涡旋中，控制垂直涡度的主要作用项有 4 个：涡度的垂直输送，地转涡度的散合作用，径向方向黏性，水平涡度的倾斜扭转。

关键词： 旋转热对流； 涡旋结构； PIV； 涡度方程

# 南京大学本科生毕业论文（设计、作品）英文摘要

**THESIS: Experimental measurements of the fine structures of rotating convection vortex**

**DEPARTMENT:** School of Atmospheric Sciences

**SPECIALIZATION:** Atmospheric Sciences

**UNDERGRADUATE:** Shiwei Sun

**MENTOR:** Bowen Zhou

**ABSTRACT:**

This paper introduces the equipment and the PIV algorithm, which were self-designed to analyze rotating convection vortex. Using this equipment and algorithm, we did some measurements and analysis to the fine structures, which were in the area away from the boundaries, of rotating convection vortex at Rayleigh number  $Ra = 6.35 \times 10^7$  and Talor number  $Ta = 9.84 \times 10^7$ . The study found, the velocity along the radius and the horizontal divergence are small. The movements in the mid-height are weak. At a fixed level, the absolute value of vertical vorticity get a maximum at the center of the vortex, and decreases with radius nearly in a linear way within the area of the eddy. The tangential velocity and vertical vorticity are linear with hight. The vertical velocity changes little with the hight. In the vertical vorticity equation to these quasi-steady eddies, there are 4 terms important : the vertical transport of the vorticity, the convergence and divergence of geostrophic vorticity, radial viscosity, and the tilting or twisting of the horizontal vorticity.

**KEY WORDS:** rotating convection; vortex structure; PIV; vorticity equation

# 目录

南京大学本科生毕业论文（设计、作品）中文摘要 .....	I
南京大学本科生毕业论文（设计、作品）英文摘要 .....	II
目录.....	I
1 引言.....	1
1.1 选题背景和研究意义 .....	1
1.2 论文内容 .....	3
2 实验仪器及实验操作 .....	4
2.1 旋转平台 .....	4
2.1.1 步进电机和减速器.....	5
2.1.2 交错框架.....	6
2.1.3 导电滑环和旋转接头.....	6
2.2 水槽和温控系统 .....	7
2.2.1 水槽主体.....	7
2.2.2 制冷系统.....	8
2.2.3 加热系统.....	9
2.3 流场测量组件 .....	9
2.3.1 示踪粒子及片光源.....	9
2.3.2 图像采集设备.....	10
2.3.3 步进导轨.....	11
2.4 实验操作 .....	12
3 粒子图像测速（PIV）技术 .....	12
3.1 算法原理 .....	13
3.2 部分技术关键： .....	14
3.2.1 图像预处理.....	14

3.2.2 窗口设定。 .....	14
3.2.3 对坏点及流场的校正平滑.....	15
3.3 背景流处理 .....	15
<b>4 实验数据及分析 .....</b>	<b>17</b>
4.1 准定常状态的确定 .....	17
4.1.1 温度时间序列.....	18
4.1.2 涡旋状态.....	19
4.2 实验整体参数 .....	19
4.3 整体流场 .....	20
4.3.1 基本特征.....	20
4.3.2 速率.....	22
4.3.3 涡度和散度.....	23
4.4 单个涡旋 .....	26
4.4.1 速度.....	27
4.4.2 涡度和散度.....	32
4.4.3 推广及量纲分析.....	34
<b>5 总结与展望.....</b>	<b>38</b>
5.1 主要研究成果 .....	38
5.2 误差及不足 .....	38
5.3 未来工作展望 .....	39
<b>参考文献.....</b>	<b>40</b>
<b>致谢.....</b>	<b>43</b>

# 1 引言

## 1.1 选题背景和研究意义

旋转和加热是大气和海洋运动中十分常见且非常重要的两种强迫。

台风中的 Vortical hot tower 是很强的中尺度对流系统，水平尺度较小而垂直方向可达对流层顶，上升速度可达  $10\text{m s}^{-1}$  量级，有一定的涡旋形态，往往带来较大灾害。风速切变、潜热释放是它的重要过程，在考虑旋转的作用时，不仅要考虑地球的自转带来的地转涡度，更要考虑背景台风系统的涡度及风速切变带来的涡度（Montgomery 等，2006）。

北冰洋附近有叫 open-ocean convection 的大洋深对流，对温盐环流的稳定起重要作用，主要由大洋表面的冷空气驱动热量散失，配合盐度密度的变化而产生下沉深对流，下沉速度可达  $10\text{cm s}^{-1}$  量级，可以混合至 2000m 深的海域。由于其特殊的地理位置分布以及相应的时间尺度（10 天左右），地转运动起到相当大的影响（Marshall 等，1999）。

上述两种运动，都可以在物理上抽象和简化为：在旋转和加热（或冷却）同时起到较强作用时，流体出现的特殊涡旋运动。换句话说，对旋转热对流的研究，尤其是对旋转热对流涡旋的研究，将对上述地球流体现象的研究提供重要参考和借鉴。

旋转热对流领域的研究，首先从流体的对流现象开始。

1900 年 Bénard 的实验发现当流体上下温差达到一定阈值时，对流爆发并可以组织出复杂的图案，比如规则的六边形。简单的外强迫下流体出现了复杂的非线性响应。Rayleigh（1916）对这种上下固壁、存在温差的流体稳定性进行了探讨，提出了对流触发的稳定性条件，即后来被称为 Rayleigh 数的无量纲数。为纪念他们的先行性研究，后世将这种对流称为 Rayleigh-Bénard 对流。

之后是对旋转作用的关注。

Taylor（1923）在研究旋转平台上的密度均匀的流体时，发现旋转会使流体

上下层运动趋同，旋转使流体运动准二维化。

接下来学者考虑将旋转和加热共同作用，正式开始了旋转热对流方面的研究。

Jeffreys (1928) 对不同条件下流体的特性进行了理论分析，得出旋转可以增强流体的稳定性，抑制对流的爆发，还指出高黏性会削弱旋转的作用，提升不稳定性。

Chandrasekhar (1953) 理论上对旋转条件下对不同上下边界对流发展临界 Rayleigh 数做了分析探讨，指出要考虑旋转和热力不稳定同时作用时的情况，而不是分开考虑。他也做了一些相关的实验研究。

Nakagawa 等 (1955) 梳理了旋转平台下不同 Taylor 数、Rayleigh 数、Prandtl 数等无量纲参数对热对流发展的影响，并做实验进行验证。他发现热对流的发生的确比无旋转时需要更大的温差，验证了 Jeffreys 的猜想。他还发现，一定参数下可以存在较稳定的旋转热对流涡旋，且当坐标系是逆时针旋转时，上升流区域总是低层呈逆时针旋转，高层顺时针旋转，下沉区则相反，如图 1-1 和图 1-2 所示。他努力将旋转热对流和气象学建立联系：即使“在地球不均匀、非定常的大气中，几乎不会出现这种对称模式”，大气深对流仍与此有一定相似性。

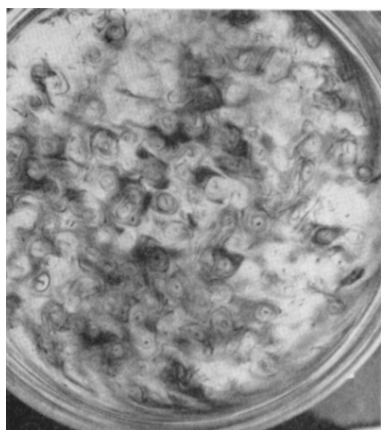


图 1-1 旋转热对流涡旋流场（俯视）

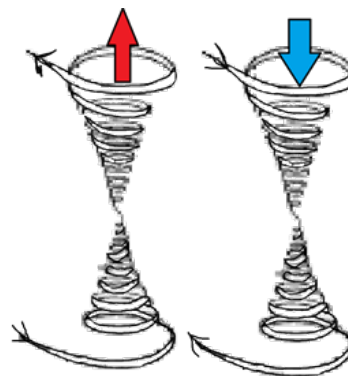


图 1-2 旋转热对流涡旋示意图

Boubnov 等 (1986) 于 1986 年对旋转热对流爆发时的环状结构、旋转热对

流的涡旋分布等进行了较为详尽系统的研究,发现涡旋的水平尺度仅由平台旋转速度决定,并指出涡旋相互作用时会出现双螺旋的形态。他们于 1990 年整理并提出,旋转和加热的相对强弱决定了流场的状态,随着加热变强,流体经历了从静止、有序对流、地转湍流到完全湍流的演变,将参数空间与流体状态进行了匹配,旋转使涡旋趋于有序,加热使涡旋趋于无序。

这些研究,由于时代技术的限制,实验方面多用染料示踪、照片判读等方式,只是定性或半定量的研究,对于结构的分析偏向描述性。在理论研究方面,倾向于稳定性判据的探讨。他们共同构筑了旋转热对流研究的理论基础。

Vorobieff 等(1998a)于 1998 年首次将 PIV(粒子图像测速)技术应用于旋转热对流研究,将这一领域推向量化。他们利用单层二维速度场,发现在旋转较慢时测量出的涡旋与流体力学中的精确解 Sullivan 涡十分相似,这一发现为未来研究流场总体拓扑结构有一定指导意义。他们(Vorobieff, 1998b)也对环状结构向对流涡旋转变过程的 Kelvin - Helmholtz 不稳定进行了研究。

之后在旋转热对流方向的研究,多数围绕其特殊的热力性质(Vyatkin 等, 2014),稳定性及转变态过程(Zhong 等, 2010; Kunnen 等, 2010),以及在纳米流体、磁流体等方面的应用(Hughes 等, 2009; Saleem 等, 2015),而旋转热对流结构的定量研究则一直处在起步阶段。

作为大气科学方向的学习者和研究者,我们更关注某一系统的结构特征,以及此系统与其他系统间的相互作用,高分辨率流场结构测量是深入理解这一物理问题难以回避的瓶颈,未来对于涡旋相互缠卷并和等复杂行为的研究更是需要强有力的速度测量和流场重建技术支持。

为此,我们希望在一定参数下进行旋转热对流实验,对其涡旋结构做精细化观测和测量,为后一步的涡旋相互作用、缠卷并和的形态特征和动力机制研究做基础性工作。

## 1.2 论文内容

本文首先对自行设计的用于分析旋转热对流的实验仪器,以及配套的速度测

量算法进行简单介绍。通过这部分内容，希望读者对实验和测量本身有一定的了解。

之后进行实验，使旋转热对流在 Rayleigh 数  $Ra = 6.35 \times 10^7$ ，Taylor 数  $Ta = 9.84 \times 10^7$  情况下达到准定常状态，对整个流场的特征以及对涡旋结构非边界层的部分做了较为精细的测量和分析。

## 2 实验仪器及实验操作

本实验所用仪器为自行组织搭建，如图 2-1 所示，主要由旋转平台系统、水槽和热控系统、流场测量系统三部分组成。其各自组成及功能简述如下。



图 2-1 实验仪器的组成

### 2.1 旋转平台

旋转平台为实验设备提供平稳的旋转条件，并给平台上的各类仪器装置提供稳定的电、水供应，如图 2-2 所示。

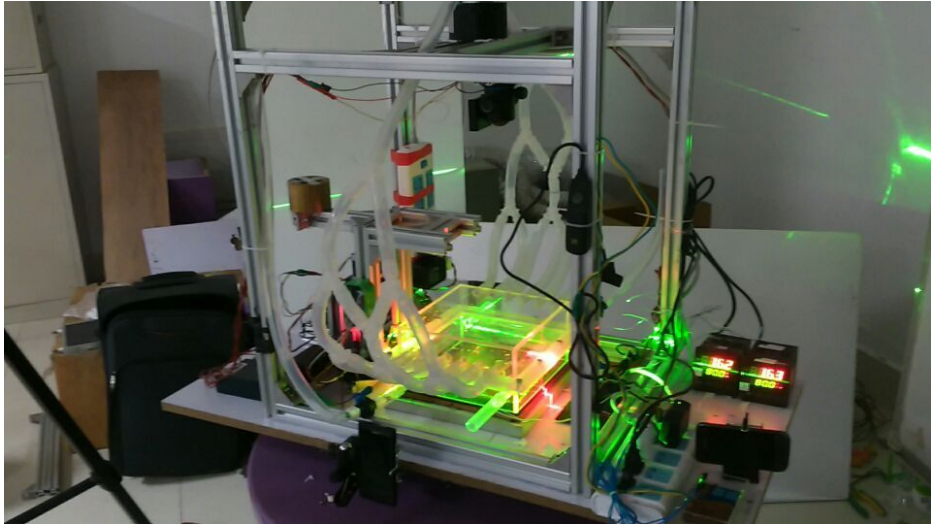


图 2-2 旋转平台

### 2.1.1 步进电机和减速器

平台的主体为转盘，旋转由步进电机（及行星减速器）、步进电机驱动器、承重轴承协调完成。

步进电机是一种通过电脉冲信号控制相绕组电流实现定角转动的机电元件，与其他类型电机相比具有易于开环精确控制、无积累误差等优点，在工业、航天、机器人、精密测量等领域中获得了广泛的应用。步进电机驱动器可为电机提供细分信号，其利用到的细分驱动技术进一步提高了步进电机转角精度和运行平稳性（雷凯，2003）。

计算转盘转速的公式为：

$$\omega = \frac{\theta}{\Phi} \times \frac{N}{F} \times \frac{2\pi}{360} \quad (\text{式-1})$$

式中， $\omega$  [ $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ] 为角速度， $\theta$  [ $^{\circ}$  /信号] 为步进电机的角驱动参数， $\Phi$  为行星减速器的减速比， $N$  [信号/s] 为步进电机驱动器的信号发生速率， $F$  为细分分数。

### 2.1.2 交错框架

平台上的交错框架由 8-3030 铝型材及其组件组装而成。铝型材具有强度高、韧性强，质量小等优点。稳固的框架主要用来支撑和固定导水导电滑环，避免其错位磨损，同时也可用来固定其他仪器设备。

### 2.1.3 导电滑环和旋转接头

导电滑环和旋转接头是为平台上装置提供电水供应的关键，如图 2-3。

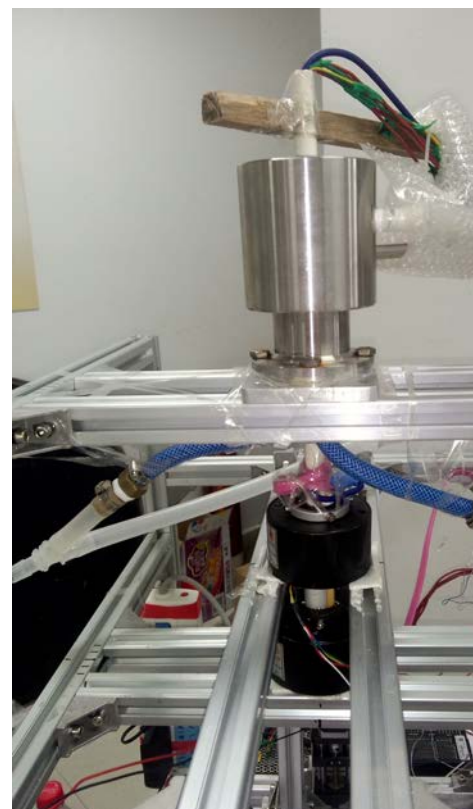


图 2-3 上方银白色部件为旋转接头，下方黑色部件为两个导电滑环

导电滑环和旋转接头均由内环和外环组成，内外环间可同轴旋转，实现非旋转空间和旋转空间之间电流或水流稳定传递（赵言军，2011）。我们通过导电滑环实现了向转盘平台上的供电以及电信号传输，通过旋转接头完成了转盘内外

冷却水的循环。

## 2.2 水槽和温控系统

### 2.2.1 水槽主体

水槽是整个实验仪器最核心的部分。

为了操作和设计的方便，本实验借鉴 Sakai（1997）等人的工作，采用了方形水槽。为使流体运动尽量少受侧边界的影响，水槽的宽高比接近 4:1（Stevens 等，2011）。

水槽实验区域的尺寸为 200mm\*200mm\*53mm。侧壁为 5mm 厚的有机玻璃板，具有较好隔热性。下底为 8mm 厚的紫铜板，使下边界温度达到相对均匀。上壁采用 2mm 厚石英片与水冷盒分隔。因为石英的导热系数在常见透明材料中仅次于昂贵的蓝宝石片，这样在不影响垂直拍摄的前提下有利于水槽上壁冷却散热。

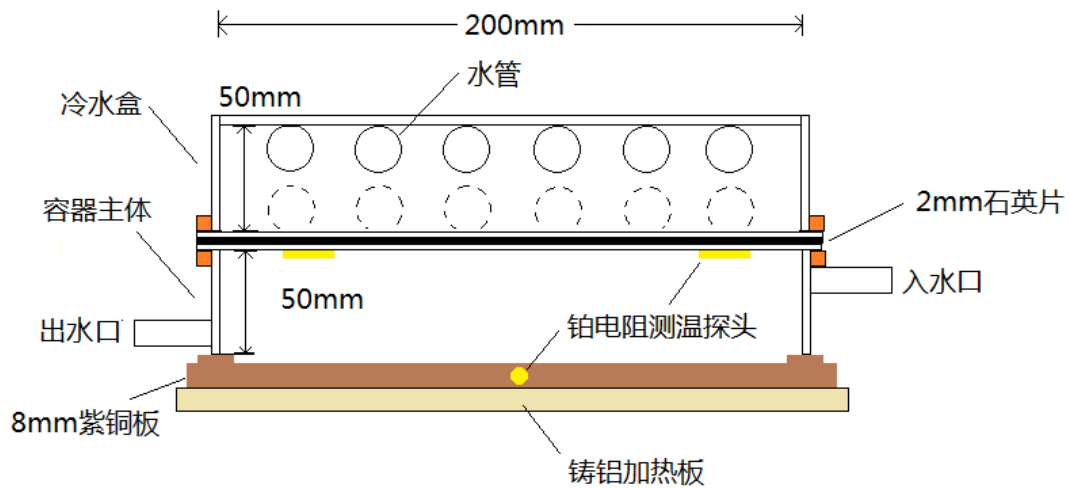


图 2-4 水槽及水冷盒结构示意图

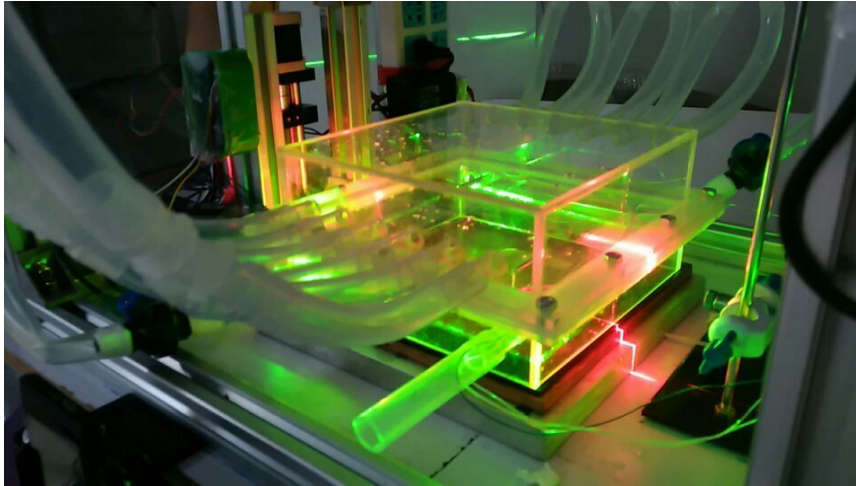


图 2-5 水槽及水冷盒实体

### 2.2.2 制冷系统

制冷系统采用水冷盒、旋转接头、蠕动泵和冷水机等构成的一套水循环系统，结构如图 2-6 所示。

水冷盒在水槽主体正上方，高 50mm，前后各通过 6 支水管使过水均匀。旋转接头使水流可顺利通过转盘旋转关节。蠕动泵可提供稳定可调的水流，此处采用保定锐创泵业的 313D OEM17T 型蠕动泵，最大流量 510ml/min。冷水机为佳乐冷暖的经济型冷水机，最大制冷功率 2700W。温控探头设在冷水机内部，控温误差为 $\pm 1$ 摄氏度。

另有两支铂电阻测温探头用导热硅胶黏贴在石英片下表面，用于实时测量水槽主体的上表面温度。铂电阻测温探头的测温误差为 $\pm 0.1$ 摄氏度。

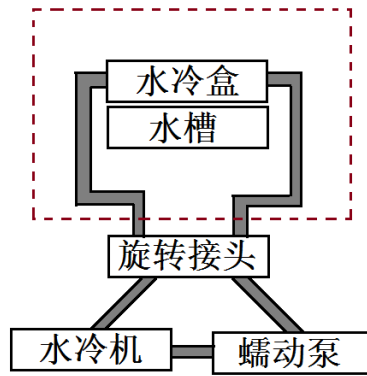


图 2-6 冷水循环部件

### 2.2.3 加热系统

由最大功率 300W 的 250mm\*250mm\*20mm 铸铝加热板进行加热。将一个铂电阻探头嵌在铜板中实时传输温度给温控表，见图 2-4，温控表通过 PID 参数整定方法控制电磁继电器通断，测温误差为 $\pm 0.1$ 摄氏度。

## 2.3 流场测量组件

对流场速度的观测是整个实验仪器与算法相连接的部分，也是从旋转热对流模拟实验到对其研究的关键一步。流场测量的具体实现需要硬件设施与软件算法相匹配，这里仅介绍硬件设施部分，软件算法方面请参看 3 粒子图像测速 (PIV) 技术。

由于实验在较小尺度的水槽中完成，所以需要足够精确的速度测量，并且该测量方式不能干扰到流场本身。为此，本实验采用了粒子图像测速 (Particle Imaging Velocimetry, PIV) 算法，这种算法需要的硬件有：示踪粒子，片光源，图像采集设备（详细可参看 3 粒子图像测速 (PIV) 技术或其他资料）。

### 2.3.1 示踪粒子及片光源

我们采用的示踪粒子是密度  $1.05\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$  粒径  $30\mu\text{m}$  的玻璃微珠，由河北工业

大学工程流动与过程强化研究中心制作，香港麦迪技术有限公司监制。采用 200mw 红色（光频 532nm）激光器和 200mw 绿色（光频 650nm）激光器，并将其配备扩束镜头转换为均匀片光源。

我们利用红激光与绿激光双光通道组合的方式同时获取水平和竖直两个平面的信息，即获得流场的准三维信息，如图 2-7 所示。通过给对应的图像采集设备加装对应光频的滤光镜片，加上后期处理时只提取对应通道的分量，可互不干扰地同时采集到水平和竖直信息，即利用这种方式，获得准三维速度信息。

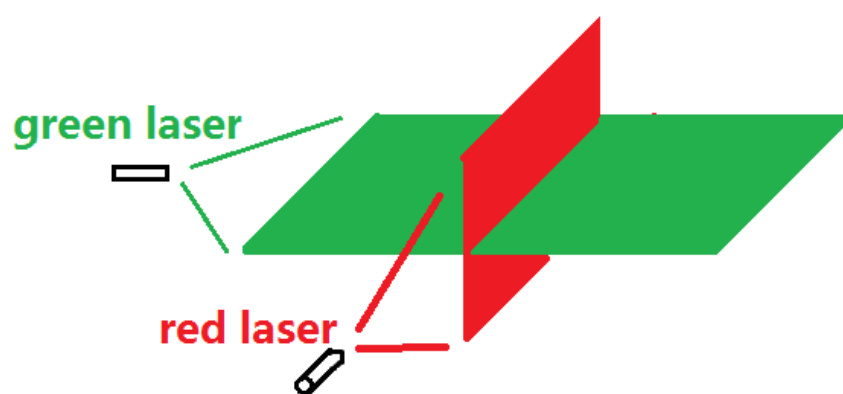


图 2-7：红绿激光示意图

### 2.3.2 图像采集设备

图像信息采集由 CCD（Charge-coupled Device，电荷耦合元件）完成。实验中我们取用 Canon 单反相机，视频拍摄图像大小为  $1080 \times 1920$  pix，平均帧率 29.98 帧/s。

### 2.3.3 步进导轨

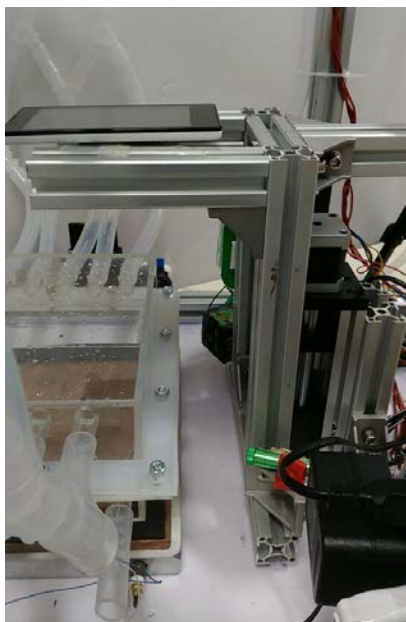


图 2-8: 步进导轨侧面

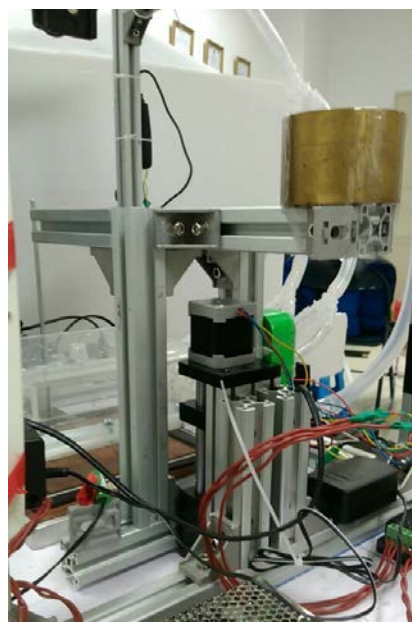


图 2-9: 步进导轨反面

旋转条件下的热对流可以呈现三维涡旋结构, 想要了解这种系统的精细结构及多个系统间相互作用, 仅依靠单一水平面的测量不足以满足需要。所以本实验加装步进导轨, 将水平片激光与对应摄像装置安装在导轨平台上, 导轨可上下移动, 片光源则随其照亮流体的不同层, 进而获得不同层速度信息, 如图 2-8 和 2-9 所示。

激光与图像采集设备一起固定在导轨平台上, CCD 与被照亮的流体层相对距离保持不变, 应用时不需要再进行多次对焦操作或比例换算。

在片激光照亮的光层之上存在液体, 且其厚度会随着导轨上下移动而变化, 会导致光线折射, 进而影响水平层的拍摄及后续测算。但实验主要关注单个涡旋的结构, 且位于水槽中部区域, 区域视角较小, 拍摄视线基本垂直于液体面, 因此, 光线折射的影响可以忽略。

具体操作时, 导轨在每层的停留时间因相对于系统的生命周期足够小, 才可认为得到的各层信息可以等同到同一时刻。

## 2.4 实验操作

进行实验的大致操作及顺序如下：

1. 前期准备工作，如校正温控设备，调试转盘控制器，调配示踪粒子水等；
2. 向实验水槽中加注蒸馏水；
3. 开启加热系统和水循环制冷系统，直至温度基本不再变化，热力学准稳态基本达成；
4. 向实验水槽中加注粒子水；
5. 开启激光，调试图像采集设备；
6. 开启转盘，等水槽内流体达到旋转刚性稳定后正式开始视频记录；
7. 实验结束，调停转盘，关闭制冷系统、加热系统，拍摄标定图像；
8. 后期的实验数据处理与分析。

## 3 粒子图像测速（PIV）技术

为了能获取整个流场的瞬时速度信息，并且不干扰流场，本实验选用粒子测速算法。常见的粒子测速算法有粒子图像测速（Particle Imaging Velocimetry, PIV）、粒子跟踪测速（Particle Tracking Velocimetry, PTV）、激光散斑测速（Laser Speckle Velocimetry, LSV）等。LSV 技术适合极高粒子数密度，但过多粒子对流体本身影响较大，造成流场参数的改变，此处不考虑采用。PIV 与 PTV 的主要区别是：PTV 通过识别跟踪两帧图像里的单个示踪粒子来计算粒子的速度，适合粒子数密度较低情况；而 PIV 利用两帧图像的相关性来确定相应窗口的平均速度，不再关注单个粒子的区分，适合粒子数密度较高情况（康琦，1997）。考虑所要研究的旋转热对流的实际情况，若要获得其精细结构，需要有足够多的粒子，且由于存在较强垂直运动，对单个粒子的识别存在一些困难，所以此处采用粒子图像测速（PIV）技术。

目前国内外均有成熟的图像测速算法，但可以直接获取的都是由大型公司开

发的商业软件，如美国 TSI 公司、德国 LaVison 公司、丹麦 Dantec 公司、我国的立方天地科技开发公司等提供整套成形的 PIV 商品，通常需要配套专门的设备，价格不菲。此处研究所用的 PIV，是自行开发的软件结合 William 等人开发的 PIVlab (Thielicke, W. 和 Stamhuis, E. J., 2014; Thielicke, W., 2014)。两种软件都搭载在 MATLAB 平台上。

具体使用时，自行开发的 PIV 软件精度有限，但设计了简单的并行模块，运算效率较好，被用来初步做流场分析并选定质量较好的图像对。之后较精细的速度数据采集由 PIVlab 实现。以下仅对自行开发的 PIV 软件做简单介绍。

### 3.1 算法原理

粒子测速的原理如图 3-1 所示，可以简单叙述如下：

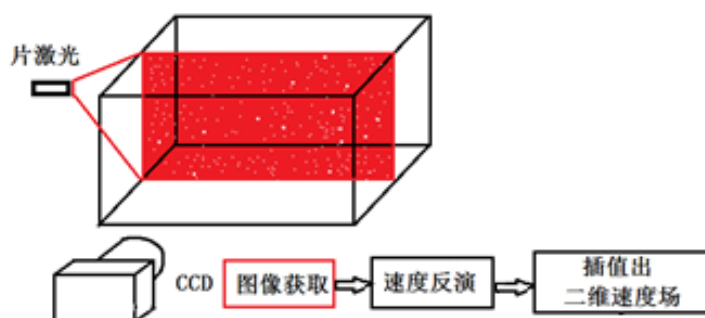


图 3-1: 粒子速度测量的原理

1. 调配散射性较高、跟随性较好的示踪粒子并散布在流场中，使其跟随流体运动；
2. 用片光源照亮流场的某个剖面，使该剖面中的粒子可从光学上区别于背景；
3. 获取连续图像，并对图像进行降噪等前处理；
4. 通过对连续两张图像的分析处理得到查询窗口的位移，近似为流体的位移，当两张图像的采样间隔足够短时即可由此位移近似折算为瞬时速度；

5. 后处理部分，对一些错误矢量进行剔除并重新对流场插值订正，获得最终二维速度场。

在速度计算上，PIV 需要计算查询窗口间的相关系数，目前较为通用的做法是做两次傅里叶变换和一次逆变换，用以提高相关系数的计算效率(崔恒, 2006)。

### 3.2 部分技术关键：

#### 3.2.1 图像预处理

图像信息采集不可避免的会伴随噪声，这些噪声（多数是随机噪声，但也包括非随机过程）会对计算造成影响。图像预处理可以提高信噪比，提升计算准确度。

图像处理的方法措施有很多，如顶帽变换、高斯滤波、直方图修正等。这里仅采用顶帽变换，更多的处理算法正在进行试验中。

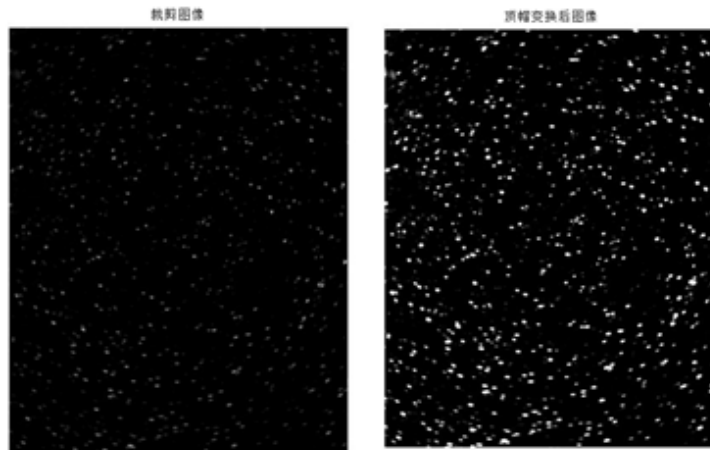


图 3-2：原始单帧图像

图 3-3：顶帽变换后图像

#### 3.2.2 窗口设定。

选择合适的查询窗口大小，是保证 PIV 算法高效、准确的关键技术之一(Hua

W L 等, 2002)。窗口过小可能使粒子数过低, 受到噪声及粒子进出窗口的影响较大, 影响相关系数计算及峰值的判断; 窗口过大, 由于计算所得是窗口内的平均速度, 过于平滑, 难以把握流场细节, 而且对速度切变区、流场形变区会产生较大误差。对于窗口选择问题, 现在最有效的方法是采用自适应窗口技术。目前本程序仍需根据视频画质自行设定窗口大小, 使得窗口内平均有 5~9 个可分辨的粒子, 自适应窗口功能仍在开发中。

### 3.2.3 对坏点及流场的校正平滑

错误点剔除会造成空缺, 不利于进一步的计算。而其他点因为含有部分噪声信息, 即使不是错误点, 也不能直接用于数值模式等分析中, 需要做校正和滤波。这里采用 Salisbury 等 (1997) 提出的 D 平滑算子多次全场迭代的方法, 在消除噪声信息的同时完成插值。

从图 3-4 算例可看出, 这种方式可使流场完整、平滑又不丢失重要细节特征, 如图 3-4 所示。

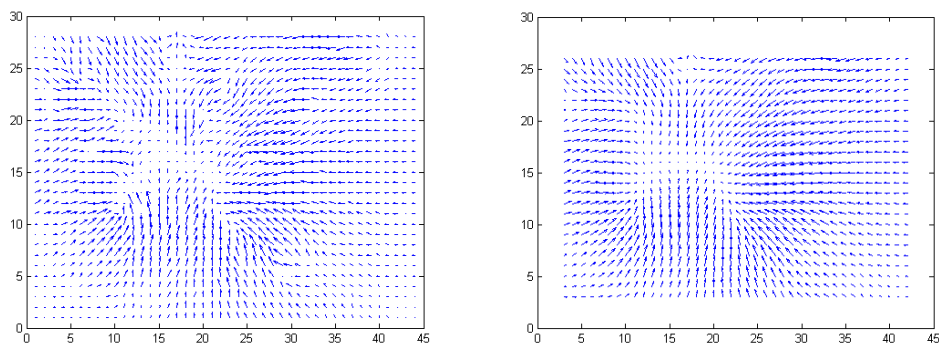


图 3-4: 左图为平滑前流速矢, 右图为平滑后流速矢

## 3.3 背景流处理

由于实验仪器配重存在些微偏差, 转轴中心所受扭矩不均衡, 使得水槽中的

流动存在一定程度的背景振荡，且根据观测，此背景流动存在相当的随机性，难以统一剔除。

为了排除上述背景流动的影响，试采用了以下三种方式：

1. 取用较大的 PIV 窗口进行一次分析，插值到与原本速度测算同样分辨率的格点上，并将原速度数据减去此粗分辨率数据。插值方式为双线性插值。

2. 认为背景流动在空间分布上为低频量，对速度的空间分布做傅里叶分解，设定沿 x 方向和 y 方向空间波数小于等于 1 的分量为低频分量，将其剔除后傅里叶逆变换回空间域。

3. 取二维高斯滤波器，对全场做卷积滤波，得到背景流动信息，再从原本速度测算数据中扣除此背景流动。

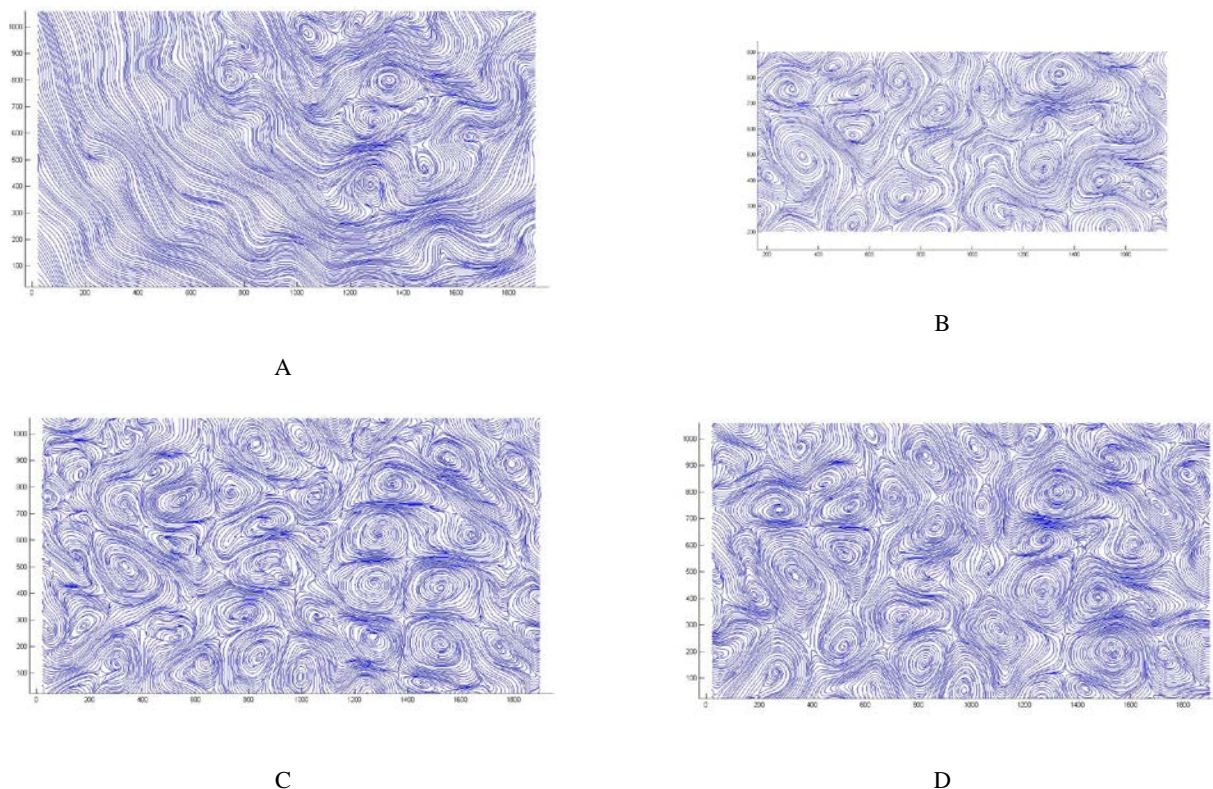


图 3-5 A 为原始数据，B 为剔除粗分辨率 PIV 后的结果，C 为傅里叶变换后剔除低频分量的结果，D 为去除高斯滤波的结果。

为了方便观察和比较，这里绘制各种方式处理后的流线图，如图 3-5 所示。

由图可知，三种方式均在一定程度提取出夹杂在背景流动中的涡旋结构。

对于 B 中所表示的剔除粗分辨率的方法，物理意义明确，但计算量较大，且对于较靠近边缘的部分无法用双线性插值法内插，而直接外推则会根据背景流的特征造成不同程度的误差。所以只对可以内插的区域进行计算，造成边缘格点数据的丢失。

对于 C 中所表示利用傅里叶变换的方法，基本实现了全场数据保留前提下的背景流剔除，但由于傅里叶变换强行用 sin 和 cos 函数构建原始场，使得涡旋的位置发生变化，并且容易引入了其他虚假涡旋。比如图中右下角出现排列极其规整的涡旋群，根据比对原视频图像，不符合实际。

图 D 所用的高斯滤波的方法，通过和 B 比较，证实其能基本保留原场涡旋信息：D 和 B 对涡旋强度和位置的处理结果基本等效。而利用高斯滤波器的方式，其运算中的卷积算法可做到处理后的矩阵与原矩阵大小相同，对边界仍可进行有效计算，进而保留全场的的数据。利用此方法也有不够严谨之处，比如高斯滤波通常对抑制正态分布的噪声效果最佳，而此处无法证实涡旋对于背景流动场在多大程度符合正态分布。但综合分析 BCD 三种方式，D 所表示的高斯滤波法仍为最佳方案，后续处理中全部采用此方法。

## 4 实验数据及分析

### 4.1 准定常状态的确定

本实验所做研究，是对“规则涡旋”的精细测量，首先需要判断实验流体的状态是否处于此区间。在此状态区间，最显著的特性是流体运动形态受规则的旋转热对流主导，处于准定常状态（Boubnov, 1986）。除此之外，在温度分布上也达到准定常状态。鉴于上述原因，本实验从温度时间序列和涡旋状态来确定流体是否达到准定常涡旋状态。

### 4.1.1 温度时间序列

实验中的温度时间序列如图 4-1 所示。

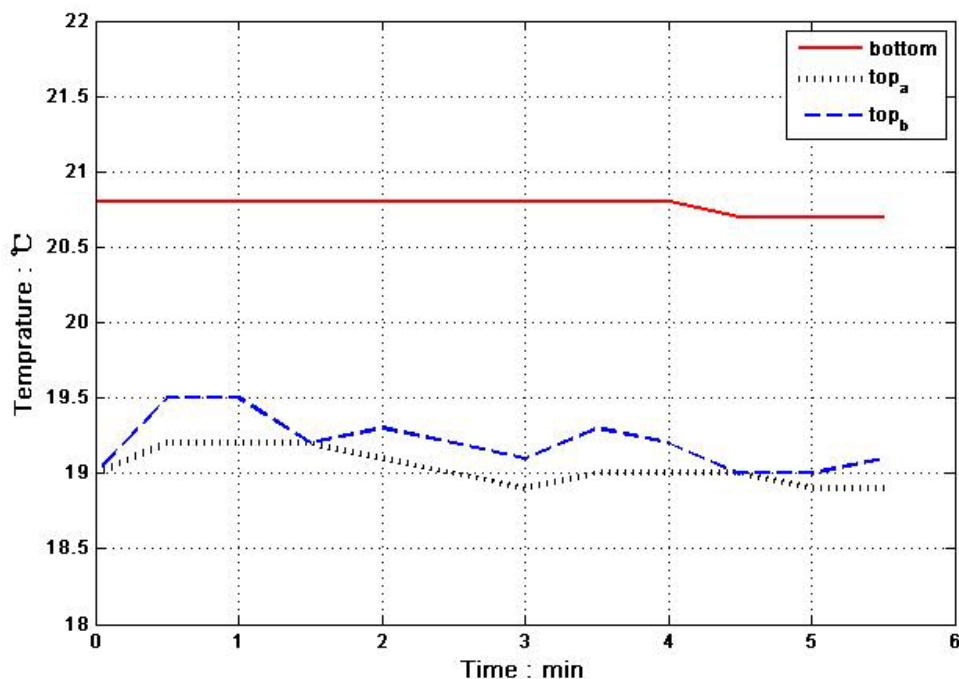


图 4-1 topa 和 topb 表示水槽顶部两个温控探头的数据，bottom 表示底部紫铜板中的温度数据

由图 4-1，底板温度长时间维持在 20.7~20.8°C 之间。上板温度有微弱的降低趋势，降温速率在 0.06K/min 左右，可以认为基本平稳，每条序列波动幅度在 0.3K 左右。注意，由于实验仪器的限制，本身温控探头的误差为  $\pm 0.1\text{K}$ 。这种温度波动可能与温控探头内部接触的系统有关，当碰到上升涡旋流时，温度示数会有高于稳定值的扰动，而下沉涡旋则对应于低温度扰动。另外，上板温度序列 a 的均值为 19.03K，b 的均值为 19.20K，且从图中可看出 a 序列的值往往低于 b 序列，这很可能是水冷装置设计的不对称性造成的。

整体上下平均温差为 1.65K，增率较小（0.06K/min），波动幅度  $\pm 0.18\text{K}$ 。水平的温度差异（0.3K 以内）较于竖直温差（1.65K）相对较小。整个系统的状

态，可以认为已经达到热力学的平稳态。

### 4.1.2 涡旋状态

对应于温差平稳的时段，截取视频原始图像进行比较，如图 4-2，可以看出，虽然涡旋的空间位置发生了变化，但涡旋的形态、数目并没有太大的改变。因而，可以认为在涡旋状态上，系统也已经达到了准定常状态。

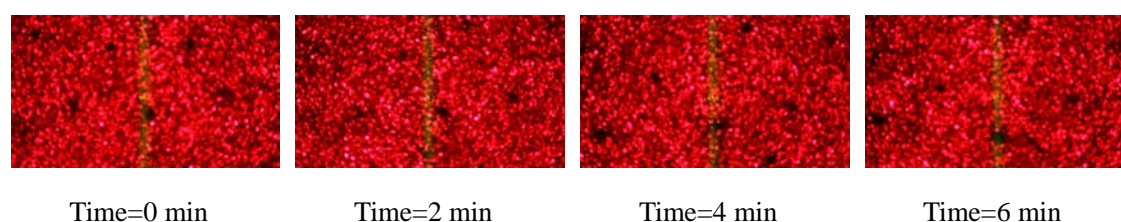


图 4-2 对应时刻的视频截图

同时，根据此例，涡旋的生命周期大于等于 6min，实验中激光导轨设定为 9 层，每层的停留时间为 1.5s，两层间运动时间约 0.2s，整个从最下层扫描到最上层用时约 14s，显然小于涡旋的生命周期，可以认为在此时间范围内涡旋基本没有发生变化。

## 4.2 实验整体参数

水槽内蒸馏水的厚度： $H=53\text{mm}$

水槽的水平尺度： $200\text{mm}*200\text{mm}$

转盘的旋转角速度： $\omega=1.8544\text{ s}^{-1}$

即地转涡度： $f=2*\omega=3.7088\text{ s}^{-1}$

上下温差： $1.65\text{K}$

对  $20^\circ\text{ C}$  蒸馏水，

运动学粘性系数： $\nu=1.05\times 10^{-6}\text{ m}^2/\text{s}$

热扩散系数:  $\kappa = 0.143 \times 10^{-6} m^2 / s$

热膨胀系数:  $\alpha = 0.21 \times 10^{-3} K^{-1}$

所以,

Rayleigh 数:  $Ra = \alpha g \Delta T H^3 / \nu \kappa = 3.37 \times 10^6$

Prandtl 数:  $Pr = \nu / \kappa = 7.34$

Taylor 数:  $Ta = 4 \Omega^2 H^4 / \nu^2 = 9.84 \times 10^7$

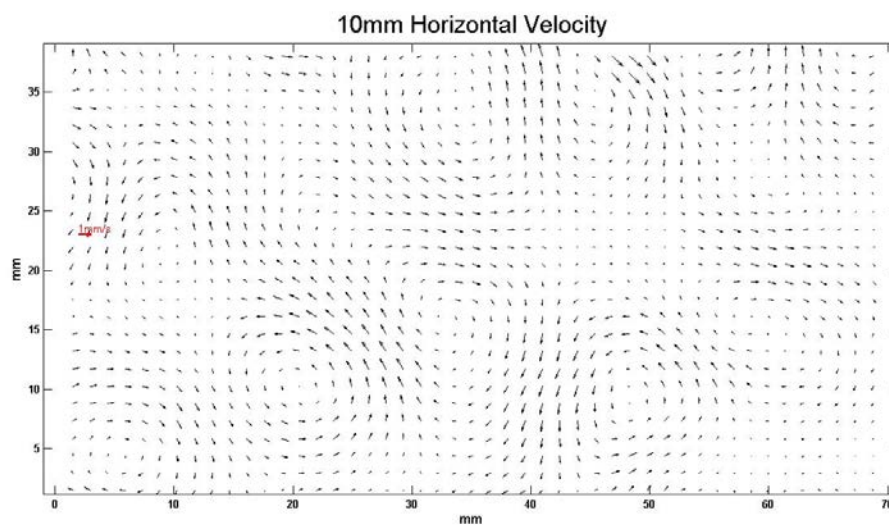
实验中导轨搭载的激光照亮的高度层共 9 层, 依次为:

10 14 18 22 26 30 34 38 42 (单位 mm)

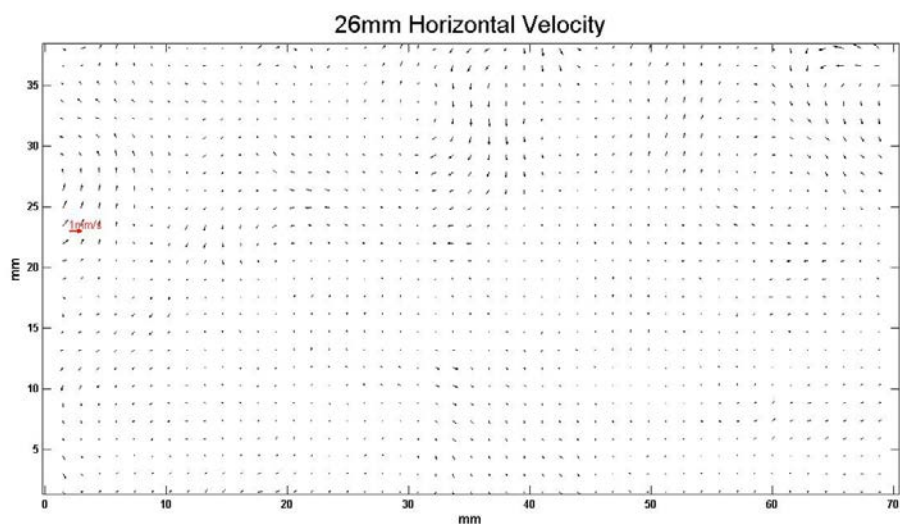
由于装置设计及实验技术的限制, 上下均有约 10mm 的距离, 没有水平速度的观测, 由之后分析可知, 此范围也是直接受边界影响的区域。另外, 上述关于旋转和加热参数的选取, 是因为在实验中, 该参数附近的涡旋现象明显且较为稳定。

## 4.3 整体流场

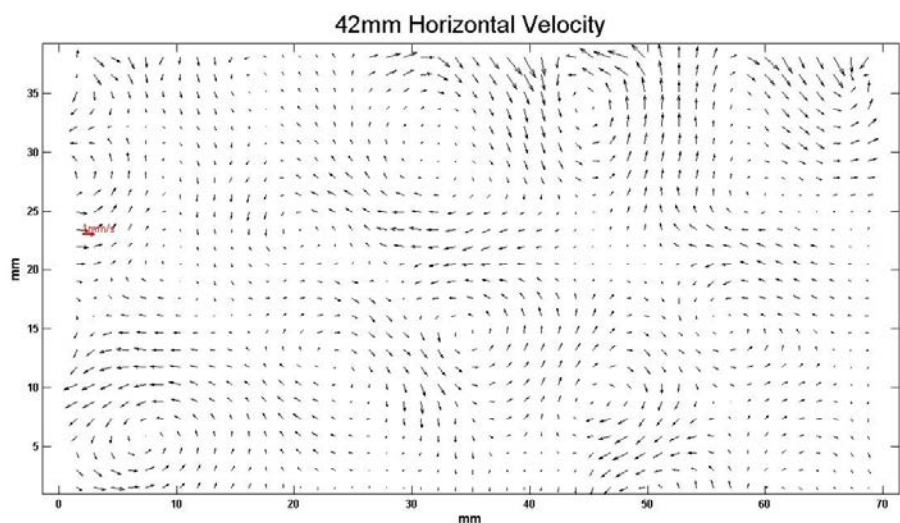
### 4.3.1 基本特征



A 低层 (10mm 高度处) 水平流场



B 中层（26mm 高度处）水平流场



C 高层（42mm 高度处）水平流场

图 4-3 不同高度层水平速度矢

本实验水槽的水平范围是  $200\text{mm} \times 200\text{mm}$ ，但为了提升精度，看到更精细的涡旋结构，实验观测时将视场缩小而放大图像，只对水槽中部附近区域进行观测。

取较有代表性的底层、中层、高层观测场的速度矢量信息如图 4-3 A~C。可以看出，在这片较小区域（大约  $40\text{mm} \times 70\text{mm}$ ）出现多个涡旋，且每个涡旋均在竖直方向有结构存在；涡旋的高低层旋转方向相反，对于上升涡，底部气旋性

旋转，顶部反气旋性，下沉涡则正好相反；中层水平运动不明显。这与文献中的现象（Nakagawa, 1955）相同。

在涡旋范围内对速度场插值加密（此处选取二维样条插值），定义其中速度大小最小的点为该涡旋的中心。取相邻涡旋的平均距离（即涡旋中心的距离）来估计涡旋的直径，根据统计，涡旋的平均直径约 13.0mm（为水槽宽度的 6.5%），标准偏差 1.4mm。根据文献的描述（Boubnov, 1986）以及整体的观测，涡旋垂直方向贯穿整个水槽。本实验水槽厚度 53mm，所以此处涡旋的宽高比大约：1:4。

对全场的涡度、散度、速度的  $u$ 、 $v$  分量分别做统计，各数值在各层的均值都近似为 0，说明此水平观测区间的选取比较合适，基本包含足够多且数量相当的正负涡旋性质，其统计结果有一定的可靠性。

### 4.3.2 速率

高层速率的频数分布如图 4-4 所示，其余各层的分布形态也与此相类似。图 4-4 中  $V_{mean}$  表示全场所有点速率的平均值， $V_{90\%}$  表示全场 90% 的点速率小于该值， $V_{95\%}$  表示全场 95% 的点速率小于该值。

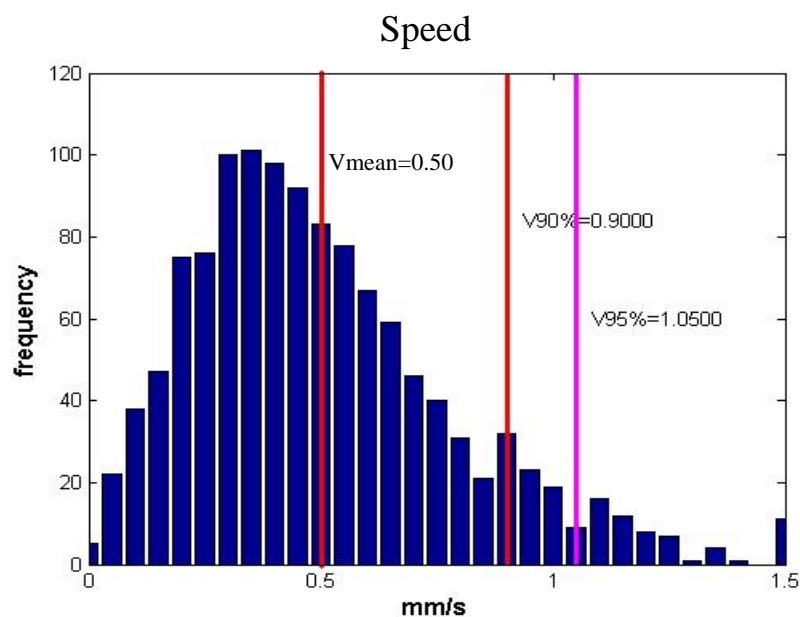


图 4-4 42mm 高度层速率分布

做出速度大小统计量随高度的变化，如图 4-5。可以看出，速率的各统计量变化特征是一致的，随着高度从低到高，先减小后增加，与图 4-3 所反映的情况相符。另外，上下层速率的变化基本对称，对称轴在中层，且中层的速度大小不为 0。

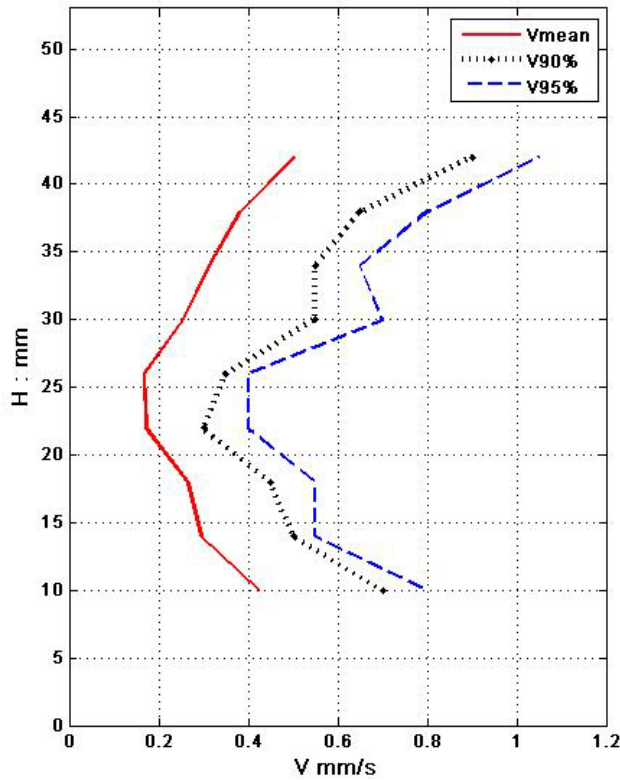


图 4-5 速率统计量随高度关系

### 4.3.3 涡度和散度

此处涡度和散度由观测到的水平速度计算得到，即涡度和散度在旋转坐标系中的数值。这对于散度没有影响，而涡度则应该准确称为“相对涡度”，为了表述方便，本文以下均简称“涡度”，而对坐标系旋转的涡度称“地转涡度”。

每层涡度和散度的分布都近似服从均值为 0 的正态分布，比如取高层频数分

布图 4-6。可以看出，散度比较靠近  $0 \text{ s}^{-1}$ 。只分析涡度和散度的数值大小，将其取绝对值后重新分析，如图 4-7，同时取 95% 的数值界限来代表此层特征值，涡散比（涡度/散度）大约为：1.82。

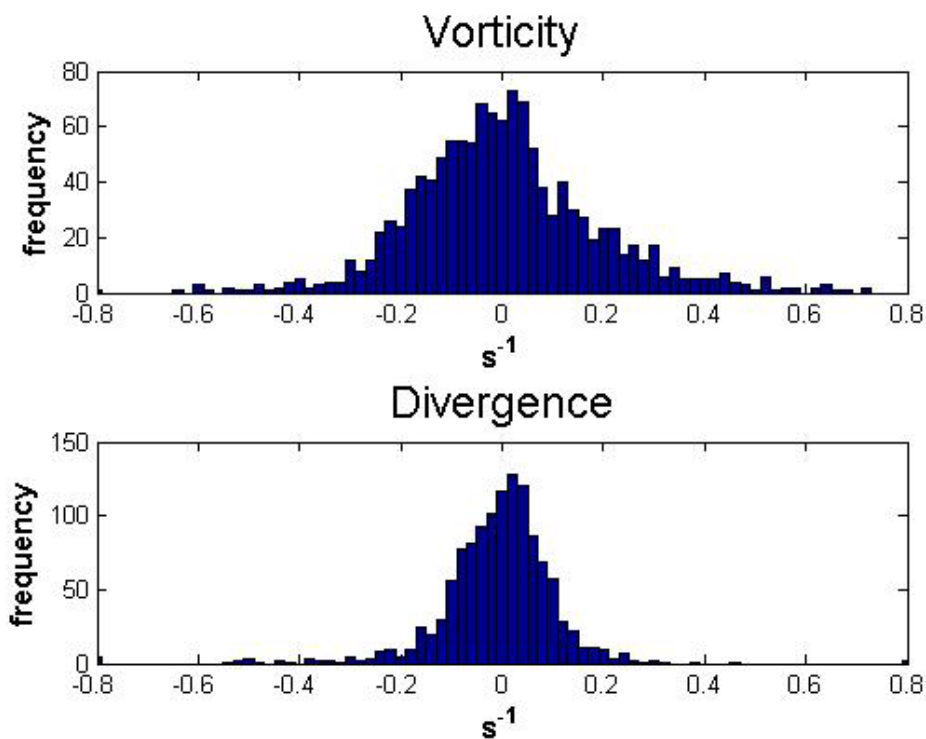


图 4-6 42mm 高度涡度和散度分布

对其他层做类似工作，可以得到每层涡度、散度大体区间及涡散比，如表 4-1 所示。值得一提的是，本实验中地转涡度  $f=3.7088 \text{ s}^{-1}$ ，远大于此处计算得到的相对涡度。

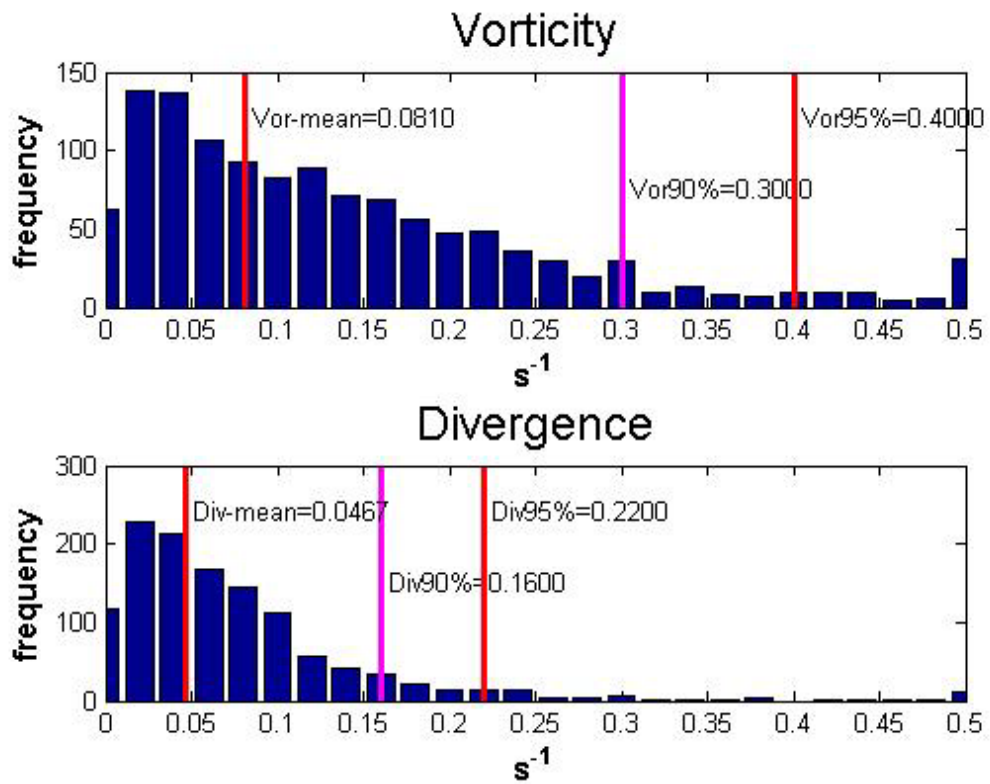


图 4-7 涡度和散度绝对值的分布

表 4-1 不同高度层涡度、散度信息

高度 (mm)	涡度 ( $s^{-1}$ )	散度 ( $s^{-1}$ )	涡散比
42	0.4	0.22	1.82
38	0.3	0.18	1.67
34	0.22	0.14	1.57
30	0.18	0.14	1.29
26	0.12	0.08	1.50
22	0.12	0.12	1.00
18	0.16	0.12	1.33
14	0.2	0.1	2.00
10	0.28	0.08	3.50

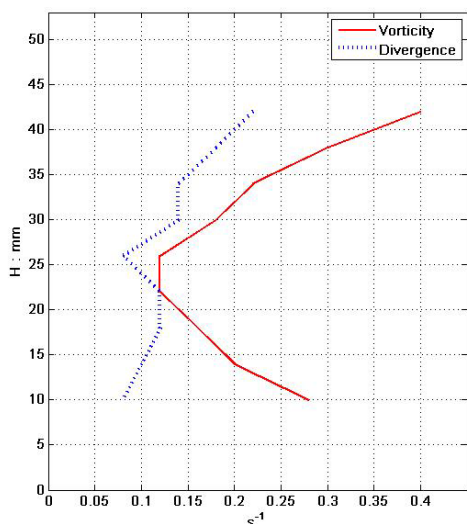


图4-8 涡度、散

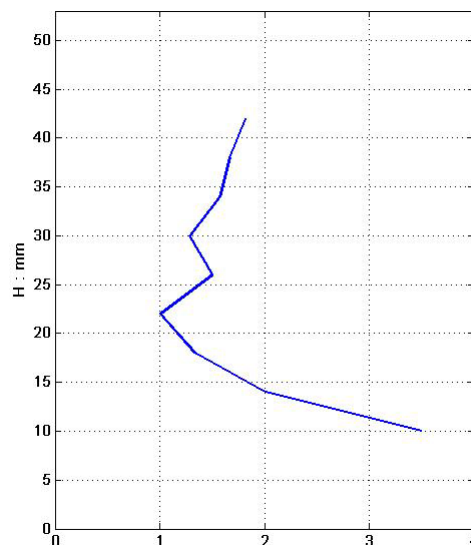


图4-9 涡散比随高

由表 4-1 和图 4-8 可以看出，在中层涡度和散度都比较小。涡度随高度的变化特征与速率相类似，中层最小，向上或向下均增加，且上下基本对称。散度的变化有些无规律性在其中，考虑到其数值始终较小，本身实验测量具有一定误差，所以这里的散度信息有一定的不可信成分在。

观察图 4-5 中速率和图 4-8 中涡度随高度的变化，其对称轴虽然在中层，但并非处于水槽厚度的几何中心（ $H=26\text{mm}$  左右），观测的对称轴略低一些，大约在  $23\text{mm}$  处。这种不对称性的产生，可能由以下两种因素产生：

1. 实验中底部的加热和上部的冷却强度有差异；
2. 水槽底板紫铜片对蒸馏水的摩擦作用，与顶部的石英玻璃板有差异。

由之前温度序列的分析可知，该水槽系统已达到热力学准稳态，热通量  $Q_{in}=Q_{out}$ ，不应该产生“加热主导”或“冷却主导”这种机制。所以我认为，这种不对称性应该是边界的摩擦差异（黏性）产生的。

#### 4.4 单个涡旋

实际中出现的单个涡旋经常会受到周围涡旋的作用，常常会出现变形和扭曲

（但在此实验参数附近，尚未有明显的涡旋并和现象），涡旋并非标准圆形，水平方向以涡旋中心为轴不满足各向同性，如图 4-10 所举例子，这对单个涡旋的研究和探讨有一定的影响。但由于各个涡旋的强弱有所差异，直接做统计归纳可能导致不同物理量之间、不同高度结构之间的不对应。

所以，此处所指“单个涡旋”，先由一个个例出发，观测涡旋的结构，得知涡旋的基本特征，之后选取多个涡旋，观察单个涡旋的结论是否有一般性。以下的涡旋个例研究全以图 4-10 所示涡旋展开，记作“涡旋 A”。

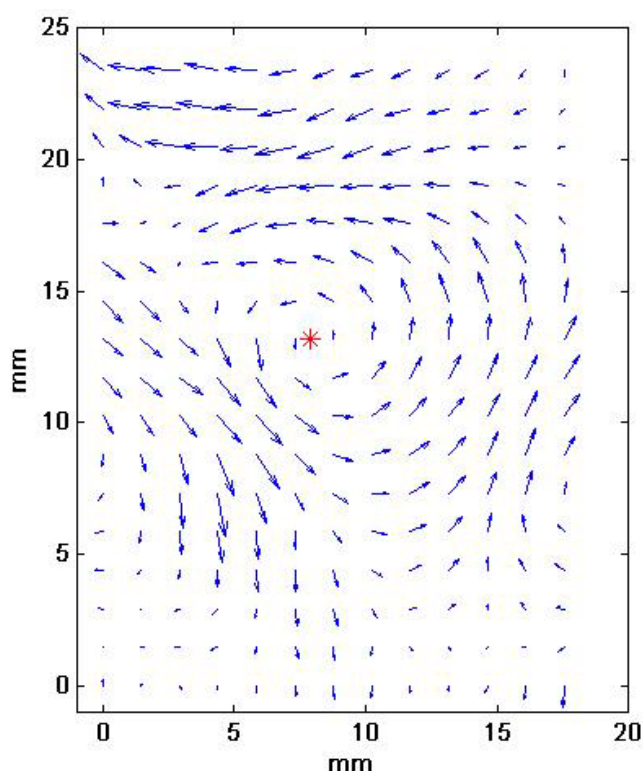


图 4-10 42mm 处涡旋 A 速度矢实例，标注处为涡旋中心

#### 4.4.1 速度

取涡旋 A 的最高层（42mm），将速度分解为切向速度  $V_t$  和径向速度  $V_r$ ，其中  $V_t$  以逆时针方向为正方向， $V_r$  以顺涡旋半径方向向外为正方向。绘制出  $V_t$  和  $V_r$  随半径的变化如图 4-11 和图 4-12.其中圆圈标注为原始数据，中心黑线

为取一定半径距离内的均值，阴影区域为该区域内标准差范围，虚线为上下最值。

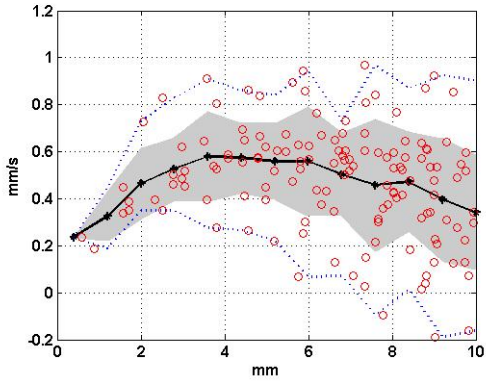


图4-11  $V_t$  随半径变化

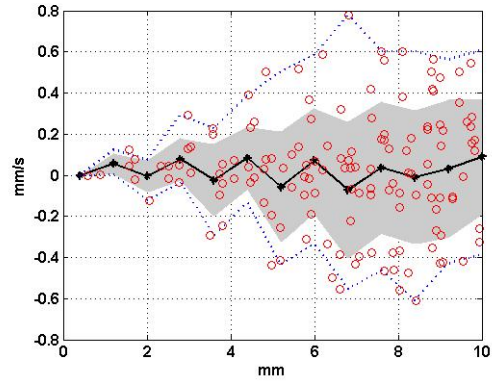
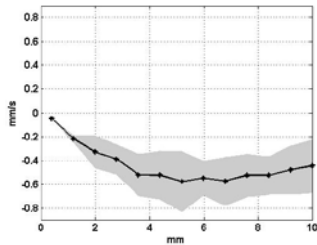


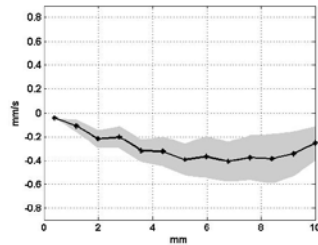
图4-12  $V_r$  随半径变化

可以看出，切向速度  $V_t$  随半径有非线性的变化，且基本在涡旋尺度附近（半径 6.5mm）开始减小，而径向速度  $V_r$  一直较小，围绕 0 分布且数值较小，说明没有明显的径向辐合辐散。

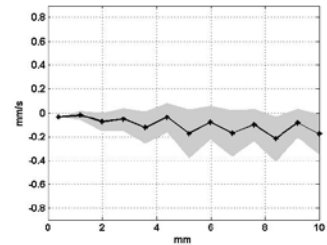
其他层情况与此处类似， $V_r$  一直保持在 0 附近的较小值，不再专门分析。现仅对不同层切向速度  $V_t$  分析。为了使图像更清晰直观，只保留均值线和上下标准差界线。如图 4-14。



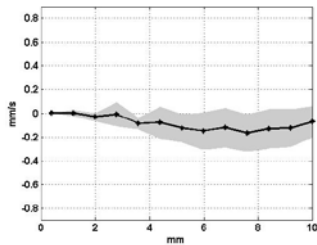
10mm



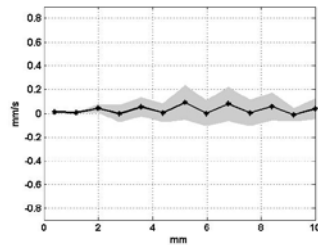
14mm



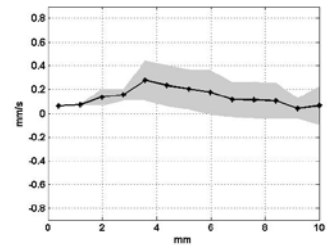
18mm



22mm



26mm



30mm

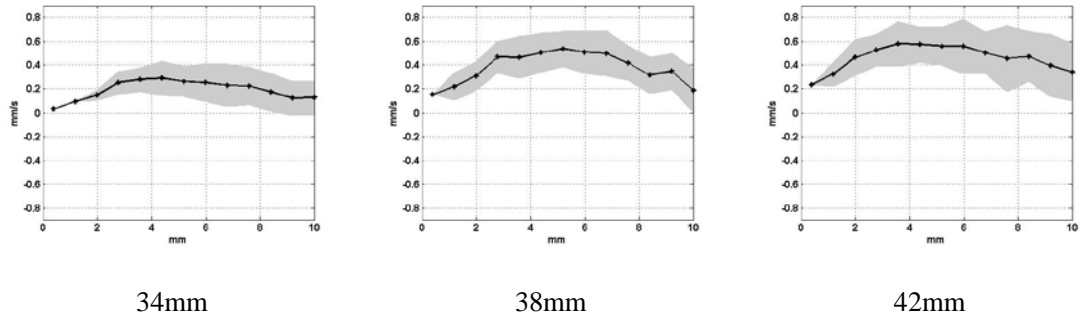


图 4-13 不同层切向速度  $V_t$  随半径的变化

由图 4-13，每层基本在涡旋尺度（沿半径 6.5mm 左右）取得极值，并且在大约 5~7mm 之间存在速度“平稳区间”，之后向外数值上减小，此时已经离此涡旋较远，受到较多其他涡旋的影响，可能是相互制约或直接进入其他涡旋内导致此数值上的变化。上下存在些许不对称性：18mm、22mm、26mm 都是切向速度在 0 附近，而这些高度更靠近底层。

取每层距离涡旋中心 5mm 附近区间的切向速度均值，并将其近似为该层切向速度具有各方向平均效益的最大值，其随高度的变化基本呈线性，如图 4-14。

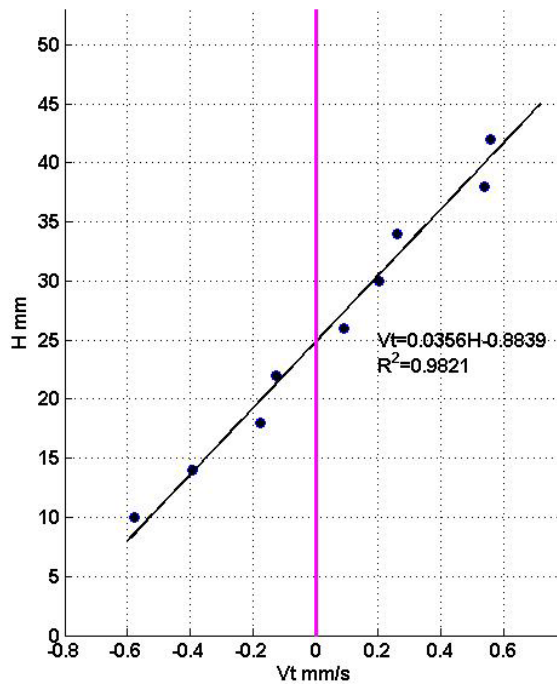


图 4-14 切向速度平均最大值随高度变化

对涡旋 A 同时采集到竖直剖面的速度信息，其空间分布如图 4-15。其中，由于仪器设计时的问题，在靠近底面约 10mm 范围内图像不可用，缺少速度信息。

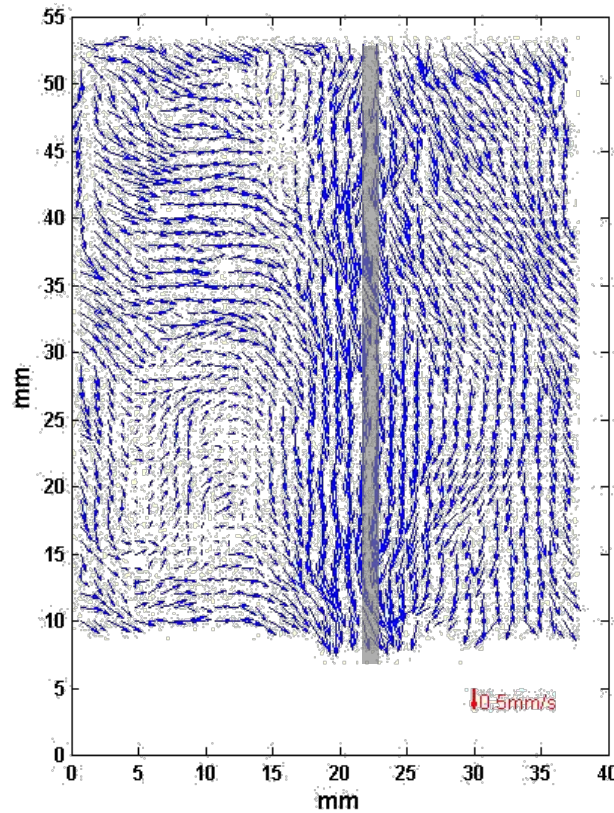


图 4-15 涡旋 A 中心竖直剖面流场，标注处为涡中心

取高（42mm）、中（26mm）、低（10mm）三层做水平分析，其垂直速度绝对值如图 4-16。可以看出，不仅分布极其相似，在数值上也近似相等。这可能表明，整个结构在不同层近似，在此区间内上升下沉运动竖直方向无变化。

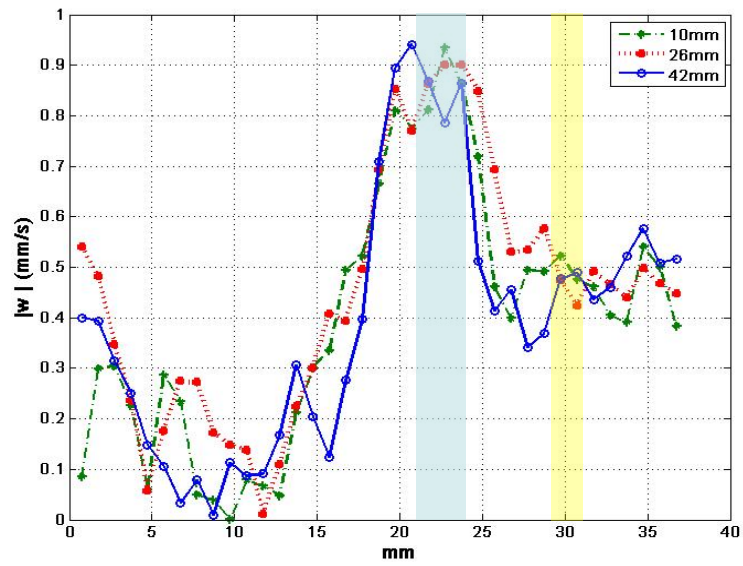


图 4-16 涡旋 A 附近，不同层垂直速度绝对值

为了验证上述结论，选取涡中心 21mm~24mm 与 30mm 处附近的区域，即对应于图 4-15 中加阴影范围，其垂直速度随高度的变化分别如图 4-17 和图 4-18 所示。

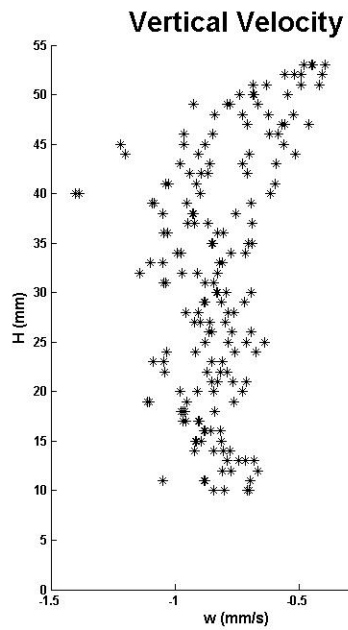


图 4-17 涡旋中心附近，垂直速度随高度的变化

从图 4-18 可以看出，垂直速度变化的区域在高层主要集中在 40mm~53mm 之间，可以近似认为这部分是直接受边界条件影响的层区。在此层区之外，10mm~40mm，或者进一步与水平信息匹配，10mm~42mm 的层次内，涡旋中心垂直速度随高度的变化很小，垂直速度几乎为常量，均值为 0.91mm/s。对非涡旋中心的区域做类似分析，即分析图 4-19，也会得到类似结果。这从另一侧面证实水平散度在此区间为小量。

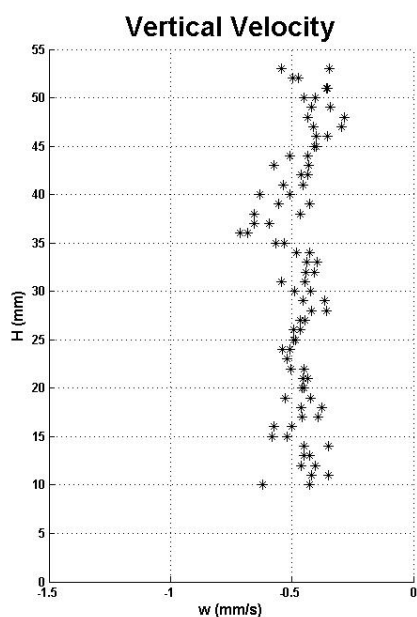


图 4-18 非涡旋中心垂直速度随高度的变化例图

#### 4.4.2 涡度和散度

以涡旋 A 最高层涡度和散度为例，如图 4-19、图 4-20，其中圆圈标注为原始数据，中心黑线为取一定半径距离内的均值，阴影区域为该区域内标准差范围，虚线为上下最值。可以看出，散度围绕 0 附近波动，是小量，这与整个场的信息以及径向速度信息相符。而涡度在一定范围内随半径递减，变化趋势呈准线性。

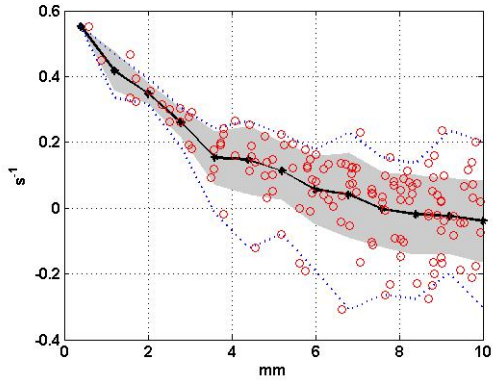


图4-19 涡度随半径

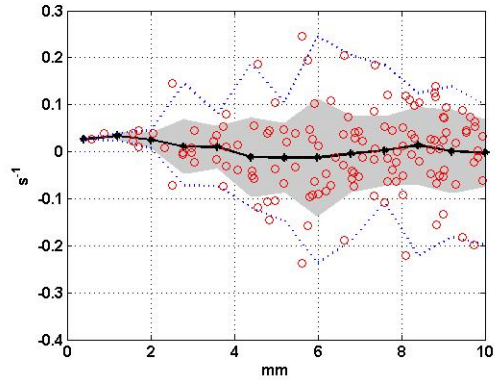


图4-20 散度随半径

类似上一节对切向速度的分析，对各层涡度随半径的变化进行整理和分析，只保留一定距离区间的均值和上下标准差界线，如图 4-21。

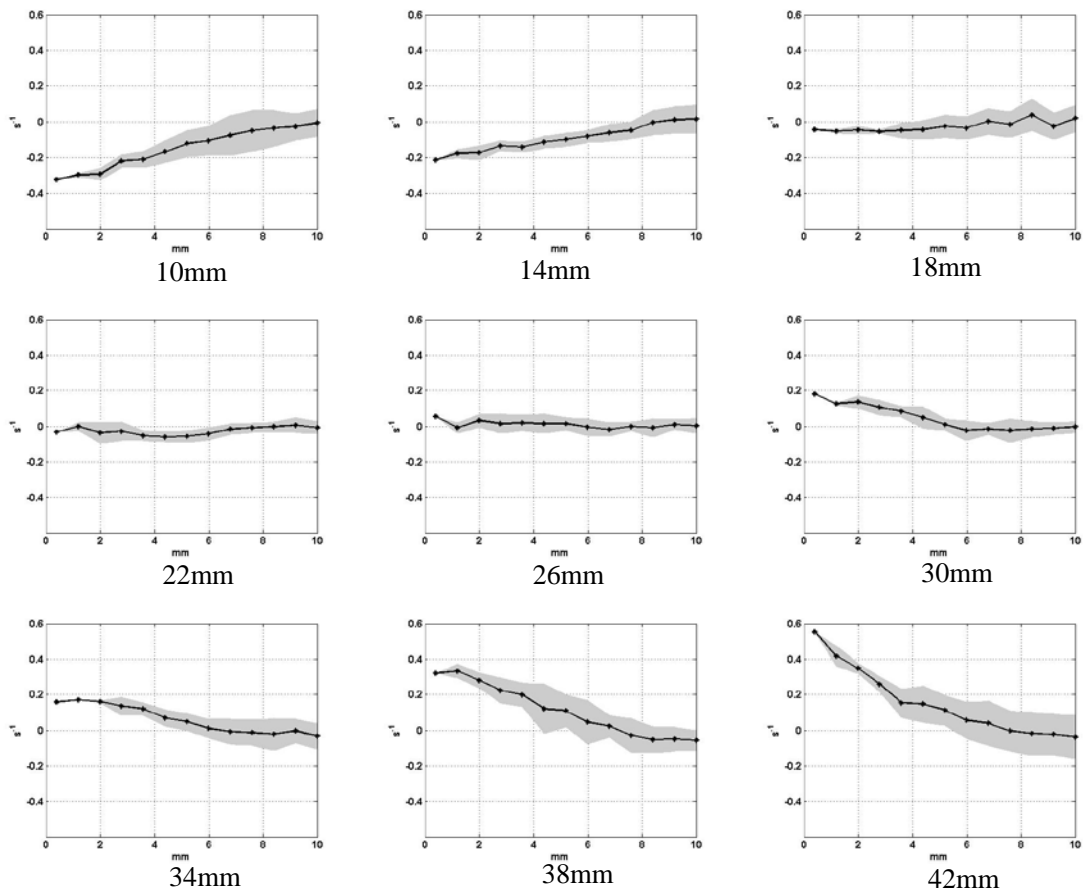


图 4-21 不同层涡度随半径的变化

观察不同层涡度随半径变化，其准线性变化趋势并非个例，可认为是确实存在的规律，说明这种涡旋不符合 Rankine 涡模型（要求在涡核区切向速度随半径线性增强，涡度为常数）。涡中心涡度随高度的变化如图 4-22 所示，基本满足线性变化规律。若取涡旋半径 6mm 内其他固定距离，也能得到此线性变化规律。

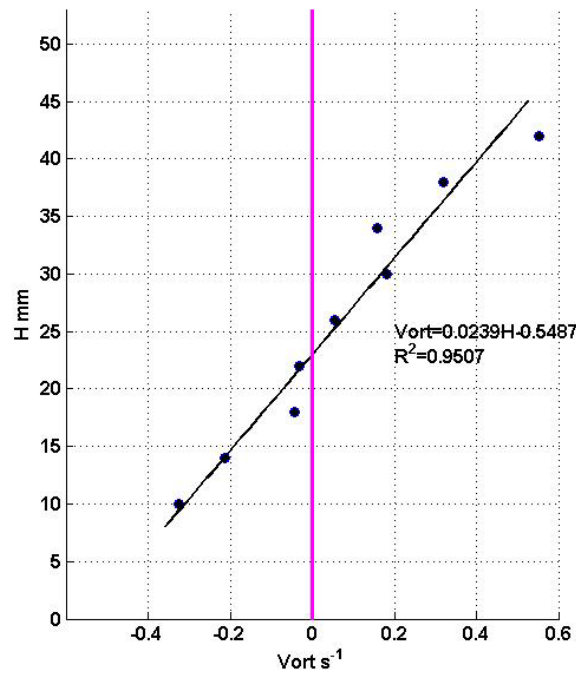


图 4-22 涡旋中心涡度随高度变化

#### 4.4.3 推广及量纲分析

对观测区域全场涡旋进行统计比对，共有 5 个明显的下沉涡旋和 4 个明显的上升涡旋，对其分别做类似上两节的分析，对高度为 10~42mm 的区间内，有以下结论成立：

1. 各层径向速度是小量，对应的水平散度是小量；
2. 中层水平运动不明显，水平速度、涡度、散度均为小量；
3. 在某固定水平高度层，涡旋中心的涡度绝对值最大，在涡旋尺度内随半径基本满足线性减小，对应于切向速度（绝对值）随半径近似二次函数增加；
4. 对于涡旋的某一固定水平位置，其水平切向速度、涡度随高度均为线性变

化，且不论上升涡旋或下沉涡旋，其对称轴均略靠下层，亦即高层 42mm 处水平切向速度、涡度的绝对值比低层 10mm 处略大；

5. 涡旋各处垂直速度的垂直变化为小量；

6. 高层（42mm）和低层（10mm）最大切向速度和最大涡度的情况如表 4-2 所示，表中数值均为绝对值，且已取平均效益。实际涡旋的强度差异较大，下表仅提供一统计参考值。

表 4-2 高低层最大切向速度和涡度

水平层 项目 项目	最大切向速度 (mm/s)	最大涡度 (s <sup>-1</sup> )
高层 (42m m)	0.51	0.28
低层 (10m m)	0.53	0.39

将不可压流体，Boussinesq 近似下的涡度方程写在柱坐标系中，取原点为涡旋中心，其垂直分量如下：

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\frac{\partial \zeta}{\partial t}}_{[1]} + \underbrace{V_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + \frac{V_t}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial \varphi}}_{[2]} + \underbrace{w \frac{\partial \zeta}{\partial z}}_{[3]} = \underbrace{f \frac{\partial w}{\partial z}}_{[4]} + \underbrace{\zeta \frac{\partial w}{\partial z}}_{[5]} + \underbrace{\nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial \varphi^2} \right)}_{[6]} \\
 + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2}}_{[7]} + \underbrace{\left( \eta \frac{\partial w}{\partial r} + \xi \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right)}_{[8]}
 \end{aligned} \quad (\text{式-2})$$

式中已由 Boussinesq 近似把斜压项去掉，并把水平散度项[4]和[5]由连续方程替换成垂直速度的变化。

考虑此处研究的准定常状态的旋转热对流涡旋，

[1]为局地涡度的时间变化，对于此准定常状态，为 0，可去掉。

[2]为涡度的水平输运，分为切向输送和径向输送，而径向速度  $V_r \approx 0$  且涡度

在涡旋内  $\frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} \approx 0$ ，涡度梯度方向与水平速度方向基本垂直，所以此项为小项。

[3]为涡度的垂直输送，保留。

[4]为散度对地转涡度的作用，本身水平散度或  $\frac{\partial w}{\partial z}$  是小量，但在此系统中地转涡度较大，量级上为相对涡度的 10 倍，去掉可能造成一些影响，所以此项存疑。

[5]为散度对相对涡度的作用， $\frac{\partial w}{\partial z} \approx 0$ ，可略去。

[6]为水平黏性项，其中  $\frac{\partial \zeta}{\partial \varphi} \approx 0$ ，因而  $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial \varphi^2} \approx 0$ ；涡度与半径  $r$  呈近似线性变化， $\frac{\partial \zeta}{\partial r} \approx \text{Constant}$ ，记此常数为  $C$ ， $\frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial \zeta}{\partial r}) \approx \frac{\partial}{\partial r}(r \cdot C) = C$ ，所以此项可变形为  $\nu(\frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r})$ 。

[7]为竖直黏性项，而涡度随高度近似呈近似线性变化， $\frac{\partial \zeta}{\partial z} \approx \text{Constant}$ ，所以  $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} \approx 0$ ，此项为小量。

[8]为倾斜扭转项，其中径向和切向的涡度分别为： $\eta = \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{\partial V_t}{\partial z}$ ，

$\xi = \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial r}$ ，所以整项可化为  $\frac{1}{r} \frac{\partial V_r}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{\partial V_t}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial r}$ ，其中  $\frac{\partial w}{\partial \varphi} \approx 0$ ，所以此项可简

化为  $-\frac{\partial V_t}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial r}$ 。

综上，保留的项是[3]涡度的垂直输送、[6]简化后的水平黏性项、[8]倾斜扭转项，而[4]散度对地转涡度的作用暂存疑。

暂不考虑[4]的作用时，垂直涡度方程可以改写为：

$$w \frac{\partial \zeta}{\partial z} = \nu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) - \frac{\partial V_t}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial r} \quad (\text{式-3})$$

将各变量写为无量纲变量和量纲数的乘积，如对垂直速度  $w = W \cdot w'$ ，可以得到无量纲变量的方程：

$$\frac{WI}{H} \cdot w' \frac{\partial \zeta'}{\partial z'} = \frac{\nu I}{R^2} \cdot \left( \frac{1}{r'} \frac{\partial \zeta'}{\partial r'} \right) - \frac{UW}{HR} \cdot \frac{\partial V_r'}{\partial z'} \frac{\partial w'}{\partial r'} \quad (\text{式-4})$$

另外, [4]项写成水平散度的形式, 即

$$f \cdot \frac{\partial w}{\partial z} = -f \nabla_h \cdot \mathbf{V} \quad (\text{式-5})$$

其中  $\frac{\partial w}{\partial z}$  与水平散度量级相同, 为了方便, 将此项写成量纲数和无量纲变量形式时取用散度的量级, 即写为:

$$fD \cdot \frac{\partial w'}{\partial z'} \quad (\text{式-6})$$

表 4-3 各物理量的特征值

物理量	W	I	H	R	U	f	D	$\nu$
特征值	0.91 mm·s <sup>-1</sup>	0.33 s <sup>-1</sup>	16 mm	6.5 mm	0.52 mm·s <sup>-1</sup>	3.7 s <sup>-1</sup>	0.003 s <sup>-1</sup>	1.05 mm <sup>2</sup> ·s <sup>-1</sup>

将 (式-4) 和 (式-6) 中各量纲数的值计算, 得到表 4-4。其中, 各物理量的特征值如表 4-3 所示。特征高度 H 取目前关注区域 (10mm~42mm) 高度的一半, R 取平均涡旋半径, W、I、U 取各自在涡旋中的平均最大值, f 直接取系统的地转涡度。为了研究 (式-2) 中[4]项的作用, 需要估计散度量级 D, 此处采用较保守的方式, 简单处理为比 I 小 2 个量级。

表 4-4 各作用项的特征值

作用项	$\frac{WI}{H}$	$\frac{\nu I}{R^2}$	$\frac{UW}{HR}$	$fD$
特征值	$1.9 \times 10^{-2} \text{ s}^{-2}$	$8.2 \times 10^{-3} \text{ s}^{-2}$	$4.6 \times 10^{-3} \text{ s}^{-2}$	$1.2 \times 10^{-2} \text{ s}^{-2}$

从表 4-4 各特征值的量级来看, 地转涡度的散度项确实有较大的影响, 不可以略去。也就是说, 在此准平涡旋中, 控制垂直涡度的主要作用项为: 涡度的垂直输送, 地转涡度的散合作用, 水平黏性, 水平涡度的倾斜扭转。此时的垂直涡

度方程控制表达式形式为：

$$w \frac{\partial \zeta}{\partial z} = f \frac{\partial w}{\partial z} + v \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} \right) - \frac{\partial V_t}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial r} \quad (\text{式-7})$$

## 5 总结与展望

### 5.1 主要研究成果

本实验中的旋转热对流在 Rayleigh 数  $Ra = 6.35 \times 10^7$ ，Taylor 数

$Ta = 9.84 \times 10^7$  情况下达到准定常状态，其涡旋在非边界区域有如下结构：

1. 各层径向速度是小量，对应的水平散度是小量；
2. 中层水平运动不明显，水平速度、涡度、散度均为小量；
3. 在某固定水平高度层，涡旋中心的涡度绝对值最大，在涡旋尺度内随半径基本满足线性减小，对应于切向速度（绝对值）随半径近似二次函数增加；
4. 对于涡旋的某一固定水平位置，其水平切向速度、涡度随高度均为线性变化，且不论上升涡旋或下沉涡旋，其对称轴均略靠下层，亦即高层 42mm 处水平切向速度、涡度的绝对值比低层 10mm 处略大；
5. 涡旋各处垂直速度的垂直变化为小量。

另外，本研究发现，对这种条件下的涡旋，其垂直涡度方程的主要作用项为：涡度的垂直输送，地转涡度的散合作用，水平黏性，水平涡度的倾斜扭转。

### 5.2 误差及不足

由于实验水槽设计上的问题，无法对边界附近进行可靠观测。实验装置的温控有误差，水冷部分采取直进直出的方式会造成水平温度梯度产生，且实际该考虑旋转情况下水冷情况。转盘转动不够平稳导致的水槽内液体晃动，可能引入其他物理过程，也对速度提取有影响。片激光存在一定激光厚度，可能得到的不是

单独此层的信息，也对激光层的定位有一定影响。同时，片激光有可能不够水平。激光层之上水层厚度的折光影响，会对 CCD 的对焦、距离折算有一定影响，从而影响视频画质，对 PIV 速度测算带来干扰。

PIV 算法存在一定的测算误差，而在去除背景流动时、涡旋中心定位时会引入其他误差，这些误差对之后分析量会带来影响。由于涡旋水平非正圆形，会带来各方向的差异，也会带来误差和干扰。统计分析的样本量有限，造成结论的可靠度不够高。

### 5.3 未来工作展望

进一步的工作可以从硬件和软件方面出发，尽量改进实验仪器和实验条件，使得观测范围更广、精度更高，这样利于获得更广流场范围内的更精确结果，尤其是对散度方面的改进；改进 PIV 算法，使其精度提升、效率提高。另一方面，从目前参数出发，进行更广泛参数范围内的观测，争取得到各特征量随旋转、加热两种强迫的变化；如果条件允许，可以引入热液晶体技术、Thermal-PIV 等更为先进的技术，补充对温度分布的观测。在理论方面，可以更深入研究涡旋理论，与之前的经典涡旋模型进行比较匹配，或梳理出更符合旋转热对流涡旋的理论模型。

最后，当准定常态的涡旋研究深入到一定层次后，升级仪器，可以改变参数，研究变化条件下旋转热对流涡旋结构的响应，以及涡旋并和的形态特征和动力机制。

所有上述研究直接服务于流体动力学和热力学的研究，而流体方面的进展将有望对大气科学、海洋科学的进一步发展奠定基础。

## 参考文献

- [1] M. T. Montgomery , M. E. Nicholls , T. A. Cram , and A. B. Saunders. A Vortical Hot Tower Route to Tropical Cyclogenesis[J]. *J.atmos.sci*, 2006, 63(1):355-386.
- [2] Marshall J, Schott F. Open-ocean convection: Observations, theory, and models[J]. *Reviews of Geophysics*, 1999, 37(1):1 - 64.
- [3] H. Bénard, “Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide,” *Rev. G' en. Sci.pures et appl.* 11 (1900) 1261 - 1271 & 1309 - 1328.
- [4] Rayleigh L. On Convection Currents in a Horizontal Layer of Fluid, when the Higher Temperature is on the Under Side[J]. *Phil Mag*, 1916, 32(187):529-546.
- [5] Taylor, G. I. 1923 Experiments on the motion of solid bodies in rotating fluids. *Proc. Roy. Soc.* 104, 213 - 218.
- [6] Jeffreys H. Some Cases of Instability in Fluid Motion[J]. *Proceedings of the Royal Society A Mathematical Physical & Engineering Sciences*, 1928, 118(779):195-208.
- [7] Chandrasekhar, S. The Instability of a Layer of Fluid Heated below and Subject to Coriolis Forces[J]. *Proceedings of the Royal Society of London*, 1953, 217(1130):306-327.
- [8] Nakagawa Y, Frenzen P. A theoretical and experimental study of cellular convection in rotating fluids[J]. *Tellus*, 1955, 7(1): 1-21.
- [9] Boubnov B M, Golitsyn G S. Experimental study of convective structures in rotating fluids[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1986, 167: 503-531.
- [10] Boubnov B M, Golitsyn G S. Temperature and velocity field regimes of convective motions in a rotating plane fluid layer[J]. *J. Fluid Mech*, 1990, 219: 215-239.
- [11] Vorobieff P, Ecke R E. Vortex structure in rotating Rayleigh-Bénard convection[J]. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 1998, 123(1): 153-160.

- [12] Vorobieff P, Ecke R E. Transient states during spin-up of a Rayleigh--Benard cell[J]. *Physics of Fluids*, 1998, 10(10):2525-2538.
- [13] Vyatkin A A, Ivanova A A, Kozlov V G, et al. Convection of a heat-generating fluid in a rotating horizontal cylinder[J]. *Fluid Dynamics*, 2014, 49(1):17-25.
- [14] Zhong J Q, Patterson MD, Js. W. Streaks to Rings to Vortex Grids: Generic Patterns in Transient Convective Spin Up of an Evaporating Fluid[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 105(4):-.
- [15] Kunnen R P J, Clercx H J H, Geurts B J. Vortex statistics in turbulent rotating convection[J]. *Physical Review E Statistical Nonlinear & Soft Matter Physics*, 2010, 82(3):2431-2443.
- [16] Saleem S, Nadeem S. An Optimized Study of Mixed Convection Flow of a Rotating Jeffrey Nanofluid on a Rotating Vertical Cone[J]. *Journal of Computational & Theoretical Nanoscience*, 2015.
- [17] Hughes D W, Proctor M R E. Large-scale dynamo action driven by velocity shear and rotating convection.[J]. *Physical Review Letters*, 2009, 102(4):044501.
- [18] 雷凯. 步进电机细分驱动技术的研究[D].苏州大学,2003.
- [19] 赵言军. 高速旋转试验机关键技术的研究[D].南京理工大学,2011.
- [20] Sakai S. The horizontal scale of rotating convection in the geostrophic regime[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1997, 333: 85-95.
- [21] Stevens R J A M, Overkamp J, Lohse D, et al. Effect of aspect ratio on vortex distribution and heat transfer in rotating Rayleigh-B énard convection[J]. *Physical Review E*, 2011, 84(5): 056313.
- [22] 康琦. 全场测速技术进展[J]. *力学进展*, 1997, (1):106-121.
- [23] Thielicke, W. and Stamhuis, E. J. (2014): PIVlab - Time-Resolved Digital Particle Image Velocimetry Tool for MATLAB (version:1.4).
- [24] Thielicke, W. (2014): The Flapping Flight of Birds - Analysis and Application. Phd thesis, Rijksuniversiteit Groningen.

- [25] 崔恒. 流体二维图像测速技术的研究[D].大连理工大学,2006.
- [26] Hua W L, min Y Z, wu T H. Determination of the correlation window sizes in correlation analysis of DPIV[J]. Advances in Water Science, 2002.

## 致谢

感谢周博闻老师，作为指导老师他悉心指导并一直关注着研究进展，为本文提供了关键的指导和建议，对本文的最终完成功不可没。

感谢王元老师、宋金杰老师、袁慧玲老师等老师，他们对研究的方向和思路给予了指导和建议。

感谢王体健老师，他对我们实验仪器的搭建和改进提供了热切的关注和支持。

感谢傅豪同学，在他组织下搭建起本文所提实验仪器，实验的设计和实现、本文的完成离不开他的帮助和建议。

感谢刘明睿同学、浦云娇同学和冯志明同学，他们都对实验平台的搭建做出巨大贡献。

感谢 Prof. David Romps，他帮助我重新审视黏性在旋转结构构建过程中起到的巨大作用。

感谢肖静师姐、诸葛小勇学长、陈军学长，他们对实验和分析提供了热心的帮助和建议。

本文的实验仪器也得到了国家人才培养项目 J1103410 的资助。

最后，感谢家人对我的照顾和鼓励，以及各位亲朋好友的支持。