

基于旋转平台的地球流体动力学机制探究

周昂、卓静仪、王若瑜、胡越
(南京大学大气科学学院2013级, 南京 210046)

指导教师: 王元、周博闻
(南京大学, 大气科学学院, 教授, 南京 210093)
(南京大学, 大气科学学院, 副教授, 南京 210046)

摘要: 实验模拟是理解和探究地球流体动力学的重要手段。在相似原理约束下, 地球流体实验能直观而真实地反映地球大气和海洋的基本动力学机制。然而与普通流体不同, 地球流体的模拟必须提供旋转背景, 即科氏力的作用。因此, 本文实验在旋转平台上开展, 分别对地球流体中的艾克曼边界层, 泰勒柱现象及位涡守恒的动力学机制展开探究, 成功模拟出以上现象, 并在验证相关理论的基础上进行了进一步探究。

关键词: 实验模拟; 地球流体; 艾克曼层; 泰勒柱; 位涡守恒

§1 引言

从地球表面到上千公里的高空, 分布着包围整个地球的大气圈层, 它和约占地球表面积70%的海洋圈层同属于流体, 其运动遵循着流体力学的普遍规律。但有别于一般的流体运动, 大尺度大气运动和海洋运动受地球旋转效应的剧烈影响, 二者在科氏力场的约束下共同表现出许多不同于一般流体的运动学特征, 故称大尺度大气和海洋为“地球物理流体”, 简称“地球流体”。

旋转参考系下的地球流体运动是很复杂的, 描述地球流体运动的动力学方程在数学求解时遇到的非线性问题难以解决; 故很早以来, 就有人用实验模拟的方法来研究地球流体运动。其中, 基于旋转平台的地球流体实验(如 Mallock 1896; Taylor 1921; Hide 1958; Fultz et al. 1959; Cenedese and Whitehead 2000), 对验证和解释地球流体动力学机制, 验证数值模式结果, 以及指导发现新理论等都有重要意义。

基于以上优点, 国际一些高校及研究所——伍兹霍尔海洋研究所、加州大学、剑桥大学以及麻省理工学院, 均建立了流体力学实验室, 利用旋转平台对地球流体运动展开科学研究。此外, 由于地球流体实验的可视性和直观性, 实验模拟也成为地球流体教学的重要手段。大量的事实观测和实验结果可以证明, “动力模拟实验是研究大气运动规律性的有效途径之一……动力模拟实验不论是大尺度天气系统和其他有关中小尺度及湍流边界层等问题都有特定的实用意义。”^[1]

然而, 相较于国外, 国内的实验研究相对空白, 特别是核心技术的知识产权的限制, 国外有关实验研究提供的直接技术较少, 给本文的模拟带来很大困难。为此, 本文利用学生自制旋转平台, 通过反复试验, 克服技术难题, 成功模拟地球流体运动模型, 并利用实验结果探究其运动特点。

本文首先介绍模拟地球流体的实验装置和相应观测技术, 然后通过无量纲数的分析保证动力学相似性, 最后分别对艾克曼层、泰勒柱和位涡守恒等模型的动力学机制进行探究。

§2 实验装置与观测技术

对于大尺度地球流体运动，科里奥利力是主要的动力学控制因子。因此，提供旋转背景条件的旋转平台是最基本的实验设备^[2]。目前实验用旋转平台有大转盘（1.5x1.5m）和小转盘（0.8x1.2m），二者的可控转速均在 0.0~2.0rad/s 之间。

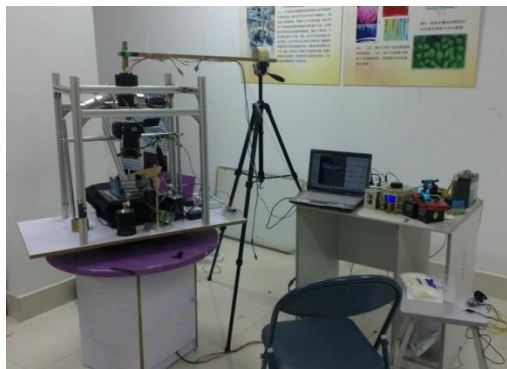


图 1 实验小转盘全景图

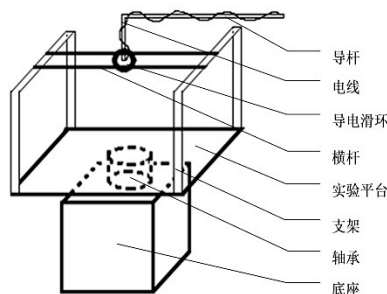


图 2 旋转平台示意图

图 1 和图 2 给出了实验小转盘装置图，此套装置可用于旋转热对流、泰勒柱实验、艾克曼抽吸等地球流体模型的模拟。实验平台根据研究问题的不同，可配套使用不同规格的方形或圆柱形水槽；在实验平台的支架上架设有 4 个激光器，可通过步进电机调整激光器的上下移动；实验过程的记录由架设在平台顶部和平台侧面的高像素单反相机完成；同时，根据探究问题的不同，在实验平台上还可架设加热装置、温控装置以及水循环装置。

实验流体一般多用液体，根据研究对象的不同，可使用水、甘油或水—甘油比例混合液；当以水为实验流体时，在实验环境下所得雷诺数 $R_e \sim 10^3$ ，可视为无粘流体。本文以下所述实验均以水作为实验流体。

实验流场示踪方法主要有染色示踪、铝粉示踪、泡沫小球示踪、PIV 粒子示踪等。其中染色示踪最为直观且操作简单，通过布置摄影设备即可记录不同时刻的连续流场。

§3 地球流体实验模拟与动力学机制探究

实际地球流体是球形层结流体；其中，大气是气态层结流体。然而，值得注意的是实验流体是平面状态下的不可压液态流体，与实际地球流体在动力和热力性质上不完全相同，且各参变量之间的运动学联系也不尽相同。但是，我们依然可通过坐标变换和相似分析等手段，求出不同背景条件下流体运动的等价动力学方程组，并确定初始条件和边界条件。

特别地，对于大尺度地球流体运动，量纲分析满足小罗斯贝数^[3]，即 $R_0 = \frac{U}{fL} \ll 1$ 。现设定实验旋转平台初始转速为 $\Omega_1 = 1.05rad/s$ ，突然改变转速至 $\Omega_2 = 0.94rad/s$ ，则水槽中流体将获得基流速度 $U = \Delta\Omega \cdot R$ ；取 R 为 0.15m，即水槽半径的 1/2 处；再由此时 $f = 2\Omega_2$ ， L 则取整个水槽的直径 0.6m，代入可得 $R_0 \sim 0.014 \ll 1$ 。

此外，根据研究问题的不同，以下列出几个相互独立的重要无量纲数^[4]：

$$E_k = \frac{\nu}{fD^2}$$

$$R_e = \frac{uL}{\nu}$$

$$Hi = \frac{h_{max}}{R_0 D}$$

其中 U 为基本流或边界流的特征速度， f 是科氏参数，在实验中 $f = 2\Omega$ ， L 为水平特征尺度（可取障碍物的水平特征尺度、涡旋的水平特征尺度）， D 为流体厚度， ν 为水的动力学粘性系数， h_{max} 为障碍物的最大高度。

从罗斯贝数的分析可以看出，相似条件并不要求 U 、 f 、 L 作为独立的参数与实际地球流体相同，而只需满足其幂次组合量级与实际相似即可。因此，根据不同模型中控制流体运动的作用机制不同，我们可以随之选择相应的无量纲参数，并利用实验参数控制其量级大小，这对于我们的实验模拟十分有利。

§3.1 水槽边界层探究

欲得实验室环境下流体的运动方程，首先应探究水槽边界层问题。这里包括的问题有水槽边界层厚度、摩擦力类型和流体主要运动规律等。

在实验中，设定旋转平台带动圆柱水槽以固定速度 Ω 旋转，经过一段时间后，水达到与水槽相对静止的刚稳状态。需要指出，流体由静止状态或某一转速 Ω_1 加速至 Ω_2 所用时间定义为旋转增强时间（spin up time）；类似地，流体由转速 Ω_1 减小到 Ω_2 并随之调整至刚稳状态所用的时间定义为旋转减弱时间（spin down time）。

首先，假设边界层中控制流体运动的摩擦力为分子粘性力。此时得涡度方程为： $\frac{\delta \zeta}{\delta t} = \nu \frac{\delta^2 \zeta}{\delta z^2}$ 。设旋转减弱/增强时间为 τ_d ，根据定义， τ_d 满足 $\frac{|\zeta|}{\tau_d} = \frac{\nu |\zeta|}{D^2}$ 。取水的动力学粘性系数 $\nu = 1.0 \times 10^{-6} m^2 s^{-1}$ ，若注水深度 $D = 0.15m$ ，则得到旋转减弱/加强时间 $\tau_d = 6.25h$ 。然而，在实验中，通过固定于旋转平台之上的摄像机观察墨水示踪的流场，根据观测视野中的墨迹是否有相对运动，可以简单测得旋转减弱/加强时间 $\tau_d \approx 4 \text{ min}$ 。这与假设分子粘性力为主要摩擦力的计算结果相差甚远。可见，分子粘性力对动量的输送效率很低，并非水槽底部控制流体运动的主要摩擦力类型。

其次，考虑边界层主要摩擦力类型为湍流应力。此时的水槽边界层为艾克曼层。由三力平衡，有 $\nu \frac{U}{\delta^2} \sim fU$ ，故艾克曼层厚度的尺度为 $O\left(\frac{\nu}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}}$ 。此时，控制转速 $\Omega = 1.0s^{-1}$ ，得艾克曼层厚度 $\delta = 1mm$ ，厚度极小，约只占整个水层的0.67%。此时，旋转减弱/增强时间尺度 $\tau_E = \left(\frac{1}{\xi} \frac{D \xi}{Dt}\right)^{-1} \sim \left(\frac{2D^2}{\Omega \nu}\right)^{\frac{1}{2}}$ 。同样地，取 $D = 0.15, \Omega = 1.0s^{-1}$ ，求得水的 $\tau_E \approx 3.5 \text{ min}$ ，与实验观测所得时间尺度相当。

在此水槽边界浅层 δ 中，利用压力梯度力，科氏力和摩擦力的平衡关系，可求得风速廓线，即艾克曼螺线解^[5]。图4画出了艾克曼螺线的理论图像，图5给出了控制旋转平台速度由 Ω_1 减小到 Ω_2 时艾克曼抽吸观测图像。

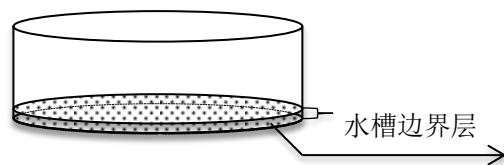


图3 水槽边界层示意图

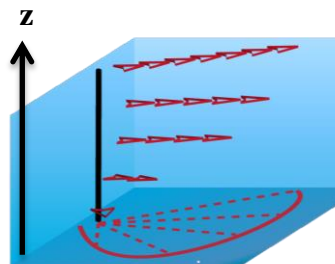


图4 艾克曼螺线示意图

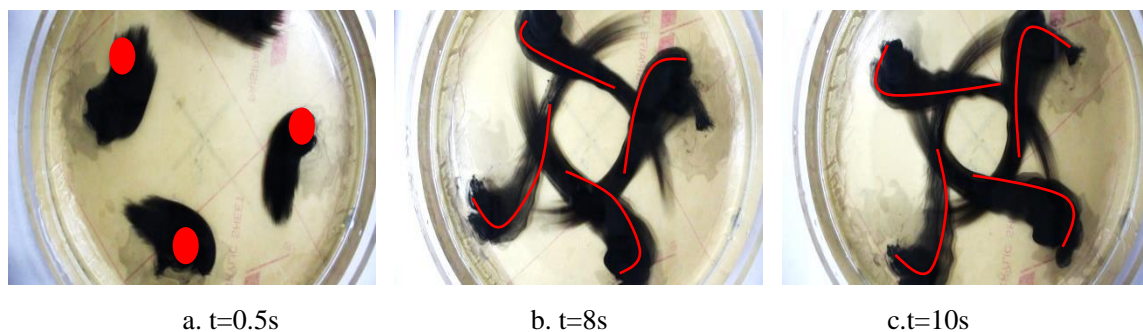


图 5 艾克曼抽吸俯视图

注：本次实验中水槽尺寸直径 28cm，注水深度 4cm，旋转减弱时间为 54s

§3.2 泰勒柱现象

惯性系下，设想一个物体在稳定流体中缓慢移动，直觉告诉我们物体的移动会干扰所有方向上的流体运动，即流体会在物体四周形成绕流，在其上方形成爬流，甚至在其后方形成尾流和涡列。

但在旋转参考系中，流体的表现出人意料。实际上，关于旋转背景下物体在稳定流体中缓慢移动的问题，G. I. Taylor(1923)基于 Joseph Proudman(1915)的理论已经给出了预测，即在均匀、不可压、无摩擦流体中，在旋转背景下缓慢运动的柱体上方，存在一个与此柱体一起移动的“流体柱”，即所谓的泰勒柱。

Taylor-Proudman 定理指出： $\vec{\Omega} \cdot \nabla u = 0$ ，垂直于旋转轴方向上所有平面内的流动状态都相同。这体现了旋转效应对流体运动的约束作用。图 6 给出了旋转平台准二维流体运动示意图及泰勒柱概念图。

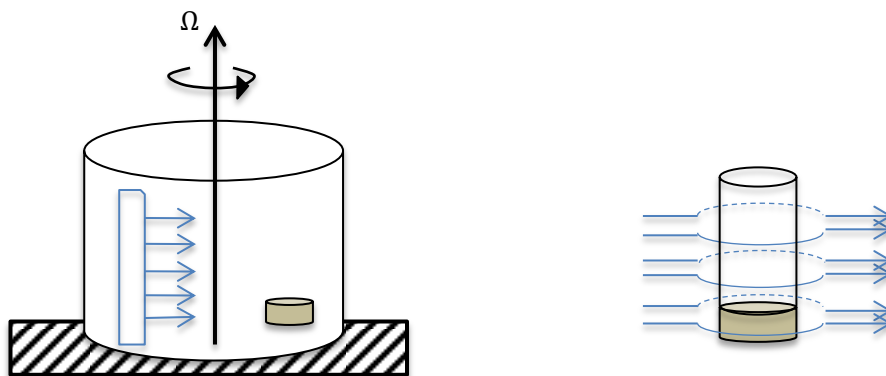


图 6 旋转平台准二维流体及泰勒柱概念图

Hoskins^[6]指出，泰勒柱的产生条件可由 Hide 数来表示。定义 $Hi = \frac{h_{max}}{\Omega D}$ ，并引入物体几何特征无量纲量 α 。当 $Hi > \alpha$ 时，柱体上方流体会产生“阻塞”作用，即形成一个似乎自下而上贯通整个流体层的“流体刚性柱体”，使得其周围的流体绕道而行。

在直径为 20cm，高为 20cm 的圆形水槽中灌水至 16cm。同时，在水槽中放置一 5cm 高的圆柱形障碍物（以普通 5 号电池作为障碍物），旋转水槽由静止加速到转速 1.0rad/s。在旋转 3 分钟（旋转增强时间为 3.6min，此时旋转流体相对障碍物有一较小相对速度）后，往水槽中滴加墨水，用摄像机记录图像。下图给出了泰勒柱实验示意图。

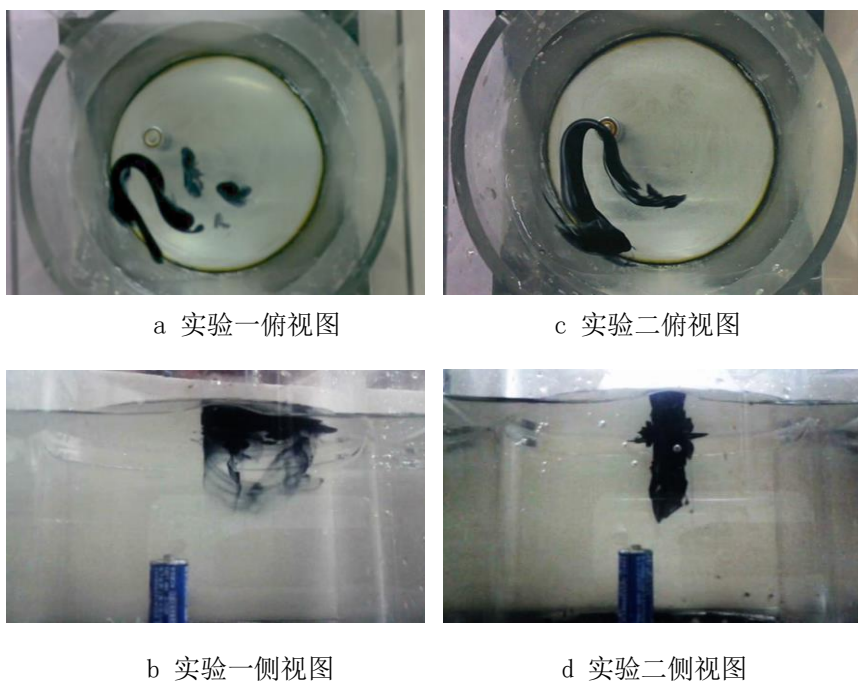


图 7 泰勒柱实验图

其中，a 和 b 为同一组实验，c 和 d 为另一组实验；
每组实验的俯视图和侧视图的截取均为同一时刻

对于圆柱形障碍物，它的几何特征无量纲参数 α 为 2。上述实验条件下计算 $Hi \approx 3.13 > \alpha$ ，满足产生泰勒柱的条件。从图 7 中可以看到，虽然障碍物高度仅约为水深的 1/3，但在障碍物上方的流体却似乎被一“不可见柱体”阻挡，产生了上层绕流现象。

§3.3 位涡守恒实验

位势涡度，简称位涡，是综合表征气体运动状态和热力状态的物理标量。动力气象学指出，在绝热无摩擦的正压大气中位涡守恒。考虑到实验流体的均质不可压性和流体层的绝热性，即得位涡守恒方程： $\frac{\zeta + f}{H} = \text{const}$ 。其中 ζ 是流体相对涡度， f 是流体运动的背景涡度， H 是流体层厚度。

在实验中，流体的背景涡度由转速决定，故不随时间发生改变。因此，在流体层厚度不发生变化时，流体的相对涡度保持不变；而当流体层厚度增加时，相对涡度增大，流体层厚度减小时，相对涡度减小。现通过在水槽底部增设地形以改变局地流体层厚度的办法，对位涡守恒进行实验探究。

在旋转平台顶部架设摄像机，向水槽内注水，逆时针启动转盘，待流体刚稳后，减小转速，加墨示踪观察。实验一中采用“盆地”地形，实验二中采用“盆地”“山地”相结合的地形，实验三中采用空白对照。

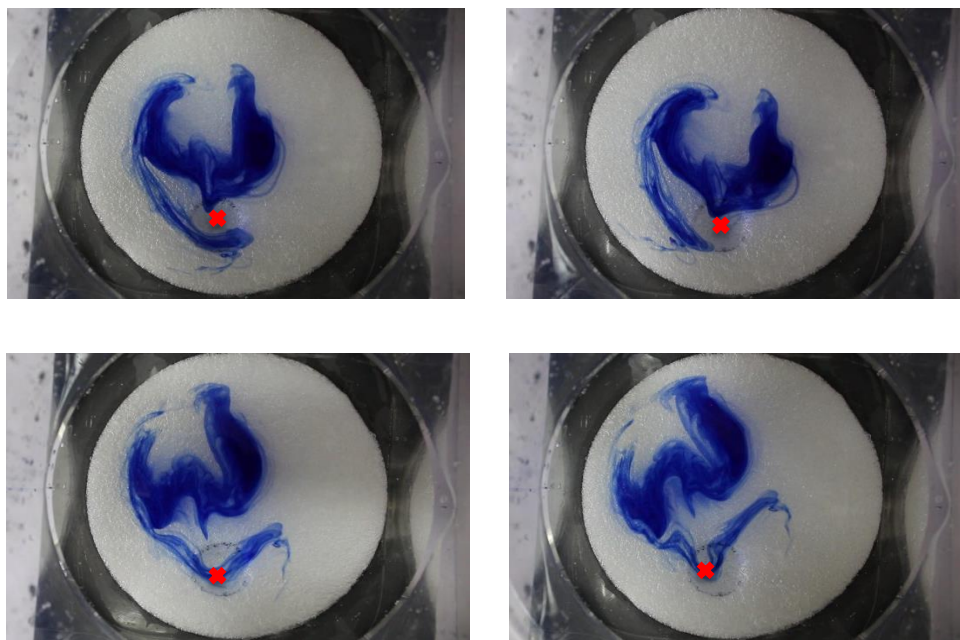


图8 “盆地”地形位涡守恒俯视组图

注：水槽底部垫 2.4cm 厚泡沫板，下挖 2.9×2.9×0.8cm 的“盆地”地形，图中由红色叉标出；刚稳后改变转速的时刻为 0 时刻。下图同。

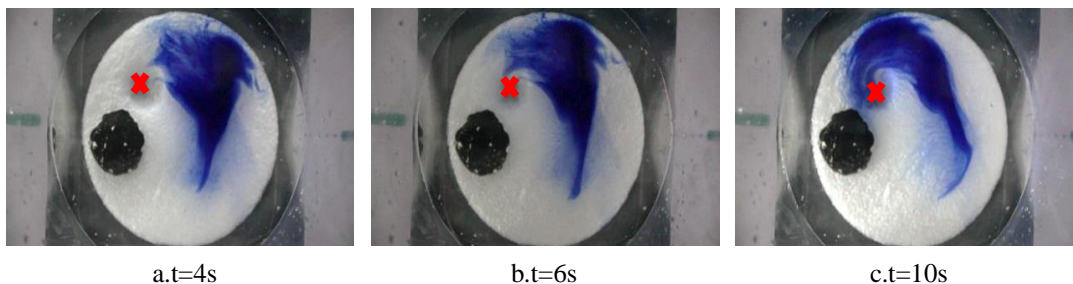


图9 “山谷山地”地形位涡守恒俯视组图

注：图中黑色为石膏制作的 3.6×3.6×2.4cm 圆锥“山地”地形；红色叉为标注的“盆地”位置

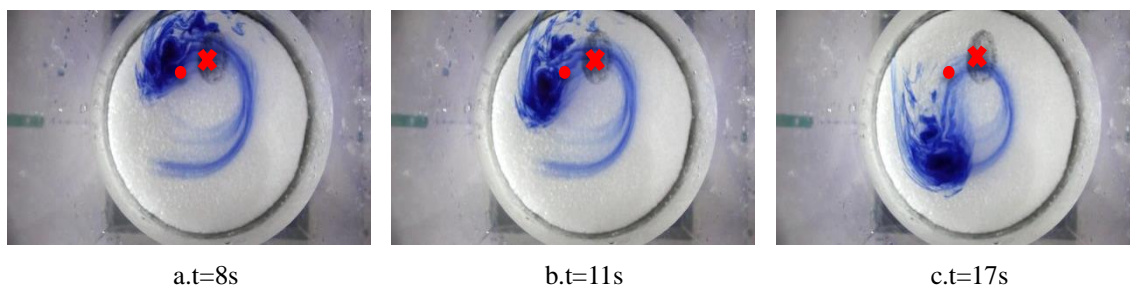


图10 空白对照地形俯视组图

注：此组为空白对照组，无“盆地”无“山地”地形的添加。图中用红点标注了原山地位置，红色叉标注了原盆地位置

从以上三组实验中可以看出,在经过“盆地”地形时,流体呈逆时针切变,即有负相对涡度;而将“盆地”和“山地”地形结合起来时,流体经过“盆地”时依旧呈逆时针切变,但在经过“山地”地形则呈顺时针切变,即相对涡度先负后正;最后,用一组空白对照实验发现,流体除了背景涡度外,并无明显的正负相对涡度。

结合正压流体的运动特点,发现上述现象符合“位涡守恒”的规律:在经过“盆地”地形时流体层厚度增大,相对涡度由0增大到正值;在经过“山地”地形时流体层厚度减小,相对涡度由0减小到负值。

§4 结语

通过以上三个实验,我们看到了地球流体模型在实验室复现的可行性,以及在此基础之上的更深入研究的可能性,这是实验研究地球流体的有益探索。同时,本文在实验操作描述时尽量做到详细定量,其中的技术细节可为之后同类的实验模拟提供参考。

当然,本文的实验模拟也存在局限性。比如实验多用墨水示踪,虽形象可感,但缺少定量分析;实验局限于动力探究,对于更为复杂的热力模型甚至是动力热力结合的模型的研究尚未涉及。

之后,我们会在上述实验的基础之上,启用PIV示踪技术,并加装可控的加热系统,从而提供探索更多地球流体模型的可能性。

致谢

南京大学大气科学学院 2015 届本科生, 傅豪
南京大学大气科学学院流体力学实验室

参考文献:

- [1] 陈瑞荣. 大气的动力模拟[J]. 自然杂志, 1983(1)
- [2] Mcnoldy B D, Cheng A, Eitzen Z A, et al. Design and Construction of an Affordable Rotating Table for Classroom Demonstrations of Geophysical Fluid Dynamics Principles[J]. Bulletin of the American Meteorological Society, 2003, 84(12): 1827-1834
- [3] 伍荣生. 天气学原理[M]. 高等教育出版社. 2011-08-01
- [4] 余志豪, 苗曼倩, 蒋全荣等. 流体力学[M]. 气象出版社. 2004-06-01
- [5] 吕克力, 徐银梓, 谈哲敏. 动力气象学[M]. 南京大学出版社. 2014-01
- [6] Hoskins B J, James I N. Fluid Dynamics of the Mid-Latitude Atmosphere[J]. 2014

Rotating Table Based Demonstrations of Geophysical Fluid Dynamics and Principles

Zhou Ang, Zhuo Jing-yi, Wang Ruo-yu, Hu Yue
(2016', School of Atmospheric Science, Nanjing University, Nanjing 210046)

Mentor: Wang Yuan, Zhou Bo-wen, Song Jin-jie
(School of Atmospheric Science, Nanjing University, Nanjing 210046)

Abstract: Experimental simulation is significant to understand and demonstrate geophysical fluid dynamics and principles. Under the restraint of dynamical similarity, geophysical fluid experiments can veritably and visually show the basic dynamics and principles of geophysical fluid on earth. However, being different from normal fluid, geophysical must have rotating background, which means Coriolis force. Thus, experimental simulations were studied on the rotating table, which were dynamics and principles of Ekman Layer, Taylor Column and Conservation of potential vorticity. The experiments have simulated the basic phenomenon of Ekman Pumping, Taylor Column and constant potential vorticity driven eddies, and verified the existing theories that are relative.

Key words: Experimental Simulation; Geophysical Fluid; Ekman Layer; Taylor Column; Constant Potential Vorticity